

単純ループ・ハイブリッドリングの研究 (第3報)*

—単純ループ・ハイブリッドリングの多区間継続接続—

安住和彦**

品田雄治**

(昭和47年3月30日受理)

On the Simple-loop Hybrid Ring (Part 3)

—Simple-loop Hybrid Ring of the Multi-Sections in Cascade—

by Kazuhiko AZUMI and Yūji SHINADA

The simple-loop hybrid ring has the simplest structure among various kinds of hybrid circuit. However, its hybrid characteristics are worse of other hybrid rings.

There are various methods of broadbanding and one of them is connecting the simple-loop hybrid rings in cascade. There are some ways for connecting in cascade, and as for unit section, a symmetrical simple-loop hybrid ring or an unsymmetrical one can be selected.

In this paper are calculated the electrical characteristics of the hybrid circuits composed of two sections in cascade and three sections in cascade. As a result it has been found that among the circuits of two sections connected in cascade, there was one circuit with much more excellent electrical characteristics than the Reed and Wheeler's circuit, i.e. 3 dB Branch Coupler.

1. まえがき

単純ループ・ハイブリッドリングは、その構造は簡単であるが、電気的特性は他のハイブリッド回路にくらべてあまりよくない。特性の改善をはかるには、中心周波数において影像終端し、出力電力配分比を1:1以外にする方法¹⁾やリアクタンス補償をほどこす方法²⁾等が考えられるが、多区間継続接続するのもひとつ的方法である。

多区間継続接続する場合には、その単位区間を対称あるいは非対称ハイブリッドリングとする方法が考えられる。ここではそれらを2区間及び3区間継続接続したものの電気的特性を求めた。2区間継続接続回路の中には、従来のReed及びWheelerの与えた3dB Branch Coupler³⁾よりすぐれたものがある。

* 電子通信学会回路とシステム理論研究会で一部発表(1972年1月、大阪)

** 北見工業大学電気工学科

2. 単純ループ・ハイブリッドリング

図1に示される一般的な単純ループ・ハイブリッドリングの各ポート名称と各ポート間を連結する線路のアドミタンスは次の様にとるものとする。すなわち左端に入力ポートa1, a2をとり右端に出力ポートb1, b2をとり, a1-b1間, a2-b2間の線路の特性アドミタンスを Y_2 , a1-a2間の特性アドミタンスを Y_1 , b1-b2間の特性アドミタンスを Y_3 とする。これらの4本の線路の長さはみな同じとし, 中心周波数において4分の1波長とする。この回路のイミタンス行列表現のために各ポートに通し番号をつけておくと便利であり, ポートa1, a2, b1, b2をそれぞれポート1, 2, 3, 4とする。通常用いる単純ループ・ハイブリッドリングでは $Y_1=Y_3=Y_0$, $Y_2=\sqrt{2}Y_0$, $Y_{1L}=Y_{2L}=Y_{3L}=Y_{4L}=Y_0$ とする。

図1に示される回路, あるいはこの様な回路を縦続接続したものを, (2-2) ポートとしてとりあつかうことができ, アドミタンス行列は次の様にあらわされる。

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{aa} & \mathbf{Y}_{ab} \\ \mathbf{Y}_{ba} & \mathbf{Y}_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{12} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{13} & Y_{23} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{14} & Y_{24} & Y_{34} & Y_{44} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{aa} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12} & Y_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_{ab} = \begin{bmatrix} Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{23} & Y_{24} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{ba} = \begin{bmatrix} Y_{13} & Y_{23} \\ Y_{14} & Y_{24} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_{bb} = \begin{bmatrix} Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{34} & Y_{44} \end{bmatrix}$$

部分アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{aa} , \mathbf{Y}_{ab} , \mathbf{Y}_{ba} , \mathbf{Y}_{bb} の要素は

$$\begin{aligned} Y_{11} &= Y_{22} = (Y_1 + Y_2)\lambda^{-1} \\ Y_{33} &= Y_{44} = (Y_2 + Y_3)\lambda^{-1} \\ Y_{13} &= Y_{24} = -Y_2s^{-1} \\ Y_{12} &= -Y_1s^{-1}, \quad Y_{34} = -Y_3s^{-1} \\ Y_{14} &= Y_{23} = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\lambda = \tanh \gamma l = j \tan \beta l$$

$$s = \sinh \gamma l = j \sin \beta l$$

である。ただし以上の考察において, 回路は無損失であり, 可逆性を満足しているものとする。

図1の回路のa端からみた入力アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{ain} , b端からみた入力アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{bin} は次の様にあらわされる。

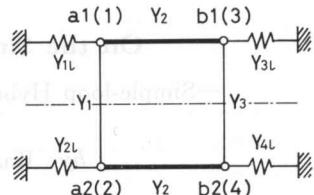


図1 単純ループ・ハイブリッドリング

Fig. 1. Simple-loop hybrid ring.

$$\mathbf{Y}_{ain} = \begin{bmatrix} Y_{ain11} & Y_{ain12} \\ Y_{ain12} & Y_{ain22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Y_{ain11} = Y_{11} - \frac{Y_{13}^2(Y_{33} + Y_{3t})}{(Y_{33} + Y_{3t})^2 - Y_{34}^2} = Y_{ain22}$$

$$Y_{ain12} = Y_{12} + \frac{Y_{13}^2 Y_{34}}{(Y_{33} + Y_{3t})^2 - Y_{34}^2}$$

$$\mathbf{Y}_{bin} = \begin{bmatrix} Y_{bin11} & Y_{bin12} \\ Y_{bin12} & Y_{bin22} \end{bmatrix}$$

$$Y_{bin11} = Y_{33} - \frac{Y_{13}^2(Y_{11} + Y_{1t})}{(Y_{11} + Y_{1t})^2 - Y_{12}^2} = Y_{bin22} \quad (5)$$

$$Y_{bin12} = Y_{34} + \frac{Y_{13}^2 Y_{12}}{(Y_{11} + Y_{1t})^2 - Y_{12}^2}$$

中心周波数において、a端及びb端の開放アドミタンス行列をそれぞれ \mathbf{Y}_{af} , \mathbf{Y}_{bf} とすれば式(4), (5)より

$$\mathbf{Y}_{af} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{Y_2^2 - Y_1 Y_3}{j Y_3} \\ \frac{Y_2^2 - Y_1 Y_3}{j Y_3} & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{Y}_{bf} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{Y_2^2 - Y_1 Y_3}{j Y_1} \\ \frac{Y_2^2 - Y_1 Y_3}{j Y_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

となる。

今中心周波数におけるa端の影像アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{0a} が対角化され

$$\mathbf{Y}_{0a} = \begin{bmatrix} Y_{0a11} & 0 \\ 0 & Y_{0a22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

とする。一般に \mathbf{Y}_{0a} は次式を満足しなければならない。

$$\mathbf{Y}_{0a} \mathbf{Z}_{as} \mathbf{Y}_{0a} = \mathbf{Y}_{af}^4 \quad (9)$$

\mathbf{Z}_{as} はa端の短絡インピーダンス行列で部分アドミタンス行列と次の関係式が成り立つ。

$$\mathbf{Z}_{as} = \mathbf{Y}_{aa}^{-1} \quad (10)$$

図1の回路では、中心周波数において

$$\mathbf{Z}_{as} = \frac{-j}{Y_1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

となる。式(6), (8), (11)を式(9)に代入して

$$Y_{0a11} Y_{0a22} = \frac{Y_1}{Y_3} (Y_2^2 - Y_1 Y_3) \quad (12)$$

を得る。 Y_{0a11} 及び Y_{0a22} は式(12)を満足するだけによく別々にはきまらない。

同様に b 端の影像アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{0b} を

$$\mathbf{Y}_{0b} = \begin{bmatrix} Y_{0b11} & 0 \\ 0 & Y_{0b22} \end{bmatrix} \quad (13)$$

とすると、 Y_{0b11} 及び Y_{0b22} は

$$Y_{0b11} Y_{0b22} = \frac{Y_3}{Y_1} (Y_2^2 - Y_1 Y_3) \quad (14)$$

を満足すればよい。図1の回路は図の鎖線に関して対称であるから

$$Y_{0a11} = Y_{0a22}, \quad Y_{0b11} = Y_{0b22} \quad (15)$$

でなければならず、影像アドミタンス行列は定まりそれらの要素は

$$Y_{0a11} = Y_{0a22} = \sqrt{\frac{Y_1}{Y_3} (Y_2^2 - Y_1 Y_3)} \quad (16a)$$

$$Y_{0b11} = Y_{0b22} = \sqrt{\frac{Y_3}{Y_1} (Y_2^2 - Y_1 Y_3)} \quad (16b)$$

となる。

一般の(2-2)ポートにおいて、入力側の a 端と出力側の b 端との間に縦続行列表示ができる、その部分行列 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ と前述の部分アドミタンス行列 $\mathbf{Y}_{aa}, \mathbf{Y}_{ab}, \mathbf{Y}_{ba}, \mathbf{Y}_{bb}$ との間には、次の関係式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= -\mathbf{Y}_{ba}^{-1} \mathbf{Y}_{bb}, \quad \mathbf{B} = -\mathbf{Y}_{ba}^{-1} \\ \mathbf{C} &= -\mathbf{Y}_{aa} \mathbf{Y}_{ba}^{-1} \mathbf{Y}_{bb} + \mathbf{Y}_{ab}, \quad \mathbf{D} = -\mathbf{Y}_{aa} \mathbf{Y}_{ab}^{-1} \end{aligned} \quad (17)$$

図1の単純ループ・ハイブリッドリングの a 端及び b 端の終端アドミタンスとして式(16)の値を選べば、中心周波数において影像終端したことになる。

なお対称ハイブリッドリングの場合には、 $Y_1 = Y_3$ とすればよく $Y_1 \neq Y_3$ とすれば非対称ハイブリッドリングとなる。

3. 2 区間縦続接続

中心周波数において影像イミタンスが対角行列になる様に、前述の非対称ハイブリッドリング及び対称ハイブリッドリングを2区間縦続接続する場合を考える。

3.1 対称2区間

2区間縦続接続したハイブリッドリングが中心周波数において接続点で完全整合となる様に接続するには、接続点で左右を見た影像イミタンスが等しくなる様にすればよく、図2に示されるハイブリッドリングの各ポート間の線路のアドミタンス及び入、出力ポートの終端アドミタンスは式(16)の関係から Y_{ii} を Y_0 に等しくとり

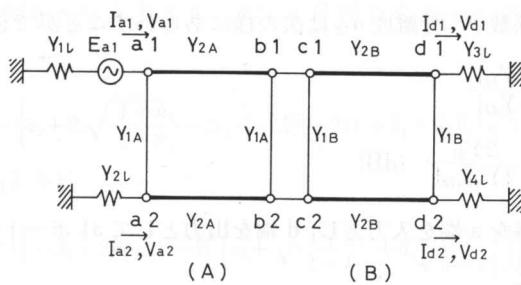


図 2 対称 2 区間綫続接続 (a1 端励振の場合)

Fig. 2. Connection of the symmetrical two sections in cascade (Port a1 input).

$$k_1 = \frac{Y_{1A}}{Y_{2A}}, \quad k_2 = \frac{Y_{1B}}{Y_{2B}} \quad (18)$$

とした時

$$\begin{aligned} Y_{1A} &= \frac{k_1}{\sqrt{1-k_1^2}} Y_0, & Y_{2A} &= \frac{1}{\sqrt{1-k_1^2}} Y_0, \\ Y_{1B} &= \frac{k_2}{\sqrt{1-k_2^2}} Y_0, & Y_{2B} &= \frac{1}{\sqrt{1-k_2^2}} Y_0 \\ Y_{il} &= Y_0 \quad (i=1, \dots, 4) \end{aligned} \quad (19)$$

とすればよい。

a 端から右側をみた入力アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{ain} を

$$\mathbf{Y}_{ain} = \begin{bmatrix} Y_{ain11} & Y_{ain12} \\ Y_{ain21} & Y_{ain22} \end{bmatrix} \quad (20)$$

とすれば

$$\begin{aligned} Y_{ain11} &= Y_{11A} - \frac{Y_{13A}^2(Y_{33A} + Y_{c1n11})}{(Y_{33A} + Y_{c1n11})^2 - (Y_{34A} + Y_{c1n12})^2} = Y_{ain22} \\ Y_{ain12} &= Y_{12A} + \frac{Y_{13A}^2(Y_{34A} + Y_{c1n12})}{(Y_{33A} + Y_{c1n11})^2 - (Y_{34A} + Y_{c1n12})^2} \end{aligned} \quad (21)$$

となる。

ただし

$$\begin{aligned} Y_{c1n11} &= Y_{11B} - \frac{Y_{13B}^2(Y_{33B} + Y_{il})}{(Y_{33B} + Y_{il})^2 - Y_{34B}^2} \\ Y_{c1n12} &= Y_{12B} + \frac{Y_{13B}^2 Y_{34B}}{(Y_{33B} + Y_{il})^2 - Y_{34B}^2} \end{aligned} \quad (22)$$

である。式(22)は c 端から右側をみた入力アドミタンス行列の要素である。式(21), 式(22)で各部分アドミタンス行列の要素の A 及び B というサフィックスは、図 2 の区間(A)及び区間(B)の要素であることを意味する。

従って a 端の反射係数 ρ , 分離度 α_{12} は次の様にあらわすことができる。

$$\rho \cong \frac{|Y_{ain11} - Y_{ii}|}{|Y_{ain11} + Y_{ii}|} \quad (23)$$

$$\alpha_{12} \cong 20 \log_{10} \frac{2Y_{ii}}{|Y_{ain12}|} \text{ (dB)} \quad (24)$$

図 2 に示される回路を a 端を入力とし, d 端を出力として a1 ポートから励振するときの出力電圧配分比を求める

$$\left(\frac{V_{d1}}{V_{d2}} \right)_{\text{a1 端励振}} = - \frac{N_{22} + M_{22}}{N_{21} + M_{21}} \quad (25)$$

ただし

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (26)$$

で, \mathbf{N} 及び \mathbf{M} はそれぞれ電圧伝送係数行列, 電流伝送係数行列で

$$\begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \mathbf{N} \begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{d2} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} I_{d1} \\ I_{d2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

と定義されるものである。図 2 の回路の縦続行列の要素 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ との間には, 次の関係がある。

$$\mathbf{N} = \mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{Y}_t, \quad \mathbf{M} = \mathbf{D} + \mathbf{C} \mathbf{Z}_t \quad (28)$$

$$\mathbf{Y}_t = \begin{bmatrix} Y_{3t} & 0 \\ 0 & Y_{4t} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_t = \mathbf{Y}_t^{-1} \quad (29)$$

従って出力電圧配分比 v , 出力電圧位相差 φ は次の様にあらわされる。

$$v = \left| \frac{V_{d1}}{V_{d2}} \right|_{\text{a1 端励振}} = \frac{|N_{22} + M_{22}|}{|N_{21} + M_{21}|} \quad (30)$$

$$\varphi = \arg \left\{ \left(\frac{V_{d1}}{V_{d2}} \right)_{\text{a1 端励振}} \right\} = \arg \left\{ - \frac{N_{22} + M_{22}}{N_{21} + M_{21}} \right\} \quad (31)$$

なお出力電力配分比は, 出力電圧配分比を 2 乗して求められる。

次に整合度及び分離度の改善について考えてみよう。図 2 に示されるハイブリッドリングにおいて c 端から右側をみた入力アドミタンス行列の要素は式 (3), (19), (22) より中心周波数の近傍で

$$Y_{c_{in}11} \cong \left(1 + 2k_2^2 \sqrt{\frac{1+k_2}{1-k_2}} \lambda^{-1} \right) Y_0 \equiv (1 + \varepsilon_2 \lambda^{-1}) Y_0 \quad (32)$$

$$Y_{c_{in}12} \cong \left\{ j2k_2(1+k_2)\lambda^{-1} \right\} Y_0 \equiv j\delta_2 \lambda^{-1} Y_0$$

$$\varepsilon_2 = 2k_2^2 \sqrt{\frac{1+k_2}{1-k_2}}, \quad \delta_2 = 2k_2(1+k_2) \quad (33)$$

となる。

従って a 端から右側をみた入力アドミタンス行列の要素は式(3), (19), (32), (33)を式(21)に代入して

$$\begin{aligned} Y_{ain11} &\cong \left[1 + \left\{ \varepsilon_2 + 2\sqrt{\frac{1+k_1}{1-k_1}} - 2\varepsilon_2(1-k_1^2) - 2(1+k_1+\delta_2 k_1)\sqrt{1-k_1^2} \right\} \lambda^{-1} \right] Y_0 \\ &\equiv (1+\varepsilon_1 \lambda^{-1}) Y_0 \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} Y_{ain12} &\cong \left[j\lambda^{-1} \left\{ -\delta_2 + 2k_1\sqrt{1-k_1^2} \left(\varepsilon_2 + \sqrt{\frac{1+k_1}{1-k_1}} + \delta_2 \frac{k_1}{\sqrt{1-k_1^2}} \right) \right\} \right] Y_0 \equiv (j\delta_1 \lambda^{-1}) Y_0 \\ \varepsilon_1 &= 2k_2^2 \sqrt{\frac{1+k_2}{1-k_2}} + 2\sqrt{\frac{1+k_1}{1-k_1}} - 4k_2^2 \sqrt{\frac{1+k_2}{1-k_2}}(1-k_1^2) - 2\{1+k_1+2k_1 k_2(1+k_2)\}\sqrt{1-k_1^2} \\ \delta_1 &= -2k_2(1+k_2) + 2k_1\sqrt{1-k_1^2} \left\{ 2k_2^2 \sqrt{\frac{1+k_2}{1-k_2}} + \sqrt{\frac{1+k_1}{1-k_1}} + \frac{2k_1 k_2(1+k_2)}{\sqrt{1-k_1^2}} \right\} \end{aligned} \quad (35)$$

となる。

$\varepsilon_1 = 0$ となる様に k_1, k_2 をえらべば整合度が改善され, $\delta_1 = 0$ となる様に k_1, k_2 をえらべば分離度が改善される。

中心周波数において出力電力配分比が 1:1 になる条件は、式(32), (34)より中心周波数において

$$Y_{ein11} = Y_{ain11} = Y_0, \quad Y_{ein12} = Y_{ain12} = 0 \quad (36)$$

であるから、図 2 で(A), (B)各区間の電圧伝送係数行列 $\mathbf{N}_A, \mathbf{N}_B$ の積が全体の電圧伝送係数行列となる。中心周波数において式(2), (3)より

$$\mathbf{Y}_{aa} = \begin{bmatrix} 0 & jY_1 \\ jY_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_{ab} = \begin{bmatrix} jY_2 & 0 \\ 0 & jY_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_{ba}, \quad \mathbf{Y}_{bb} = \begin{bmatrix} 0 & jY_3 \\ jY_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

となる。これを用いて式(17)より縦続行列の要素 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ を計算し

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= -\frac{Y_3}{Y_2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = jY_2^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = j \left(Y_2 - \frac{Y_1 Y_3}{Y_2} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D} &= -\frac{Y_1}{Y_2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (38)$$

電圧伝送係数行列を求ると

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_A &= \begin{bmatrix} j\sqrt{1-k_1^2} & -k_1 \\ -k_1 & j\sqrt{1-k_1^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ -\sin \theta_1 & j \cos \theta_1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{N}_B &= \begin{bmatrix} j\sqrt{1-k_2^2} & -k_2 \\ -k_2 & j\sqrt{1-k_2^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ -\sin \theta_2 & j \cos \theta_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (39)$$

となる。

ただし

$$k_1 = \sin \theta_1, \quad k_2 = \sin \theta_2 \quad (40)$$

である。従って全体の電圧伝送係数行列 N は

$$N = N_A N_B = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -j \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -j \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (41)$$

となる。故に

$$\theta_1 + \theta_2 = 45^\circ \quad (42)$$

の時出力電圧配分比、従って出力電力配分比は 1:1 となる。

$\delta_1 = 0$, $\epsilon_1 = 0$ 及び出力等分条件すなわち式(40), (42)を満足する k_1 , k_2 の関係を求めると図 3 のグラフとなる。このグラフの交点から出力電力配分比が 1:1 で整合度あるいは分離度が最適なハイブリッドリングの k_1 , k_2 が求められる。しかしながら整合度の最適な条件と分離度の最適な条件は異なり、両方とも改善することはできない。整合度、分離度の両方を改善するには、もっとパラメータを多くする必要があり、区間数をふやすのもひとつの方法である。整合度の最適なもの及び分離度の最適なもの、 $k_1 = k_2$ の場合の諸特性を図 4 のグラフに示す。なお、参考のため、出力電力配分比が 1:1 の 1 区間の対称単純ループ・ハイブリッドリングの特性も示しておいた。諸特性は電気角 βL (中心周波数で 90°) に対して示してある。

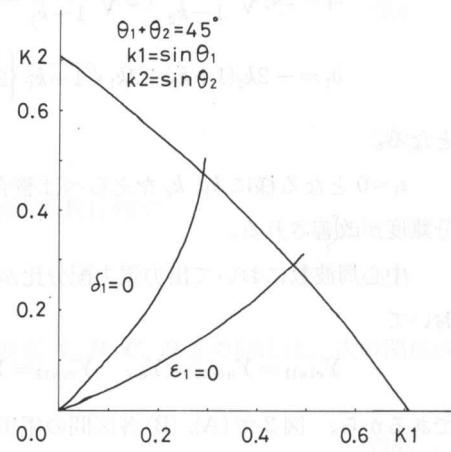


図 3 k_1 と k_2 の関係

Fig. 3. Relation between k_1 and k_2 .

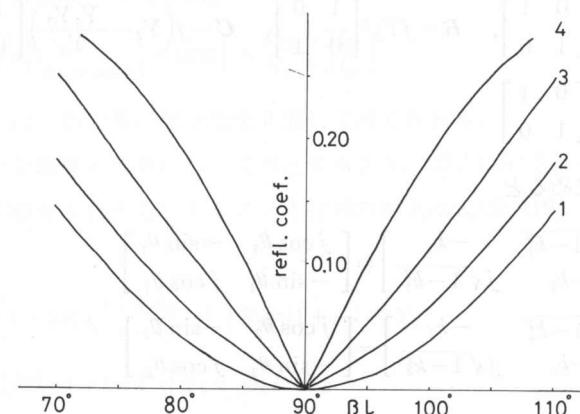


図 4(a) 反射係数の周波数特性

Fig. 4(a). Frequency characteristics of the reflection coefficient.

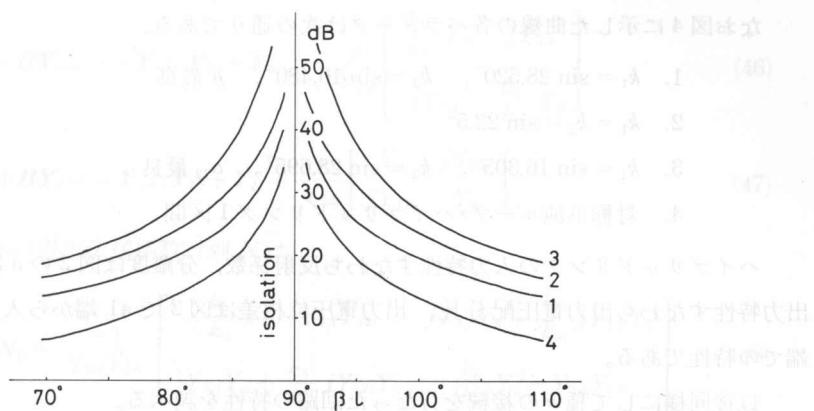


図 4(b) 分離度の周波数特性

Fig. 4(b). Frequency characteristics of the isolation.

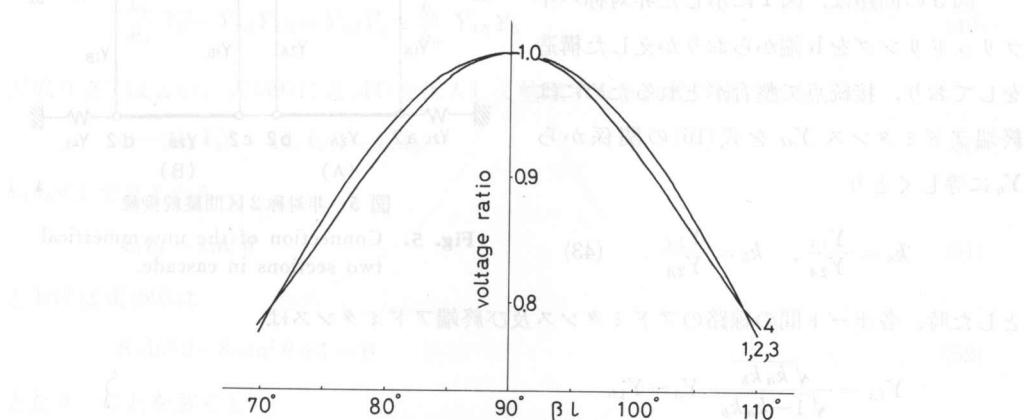


図 4(c) 出力電圧配分比の周波数特性

Fig. 4(c). Frequency characteristics of the output voltage ratio.

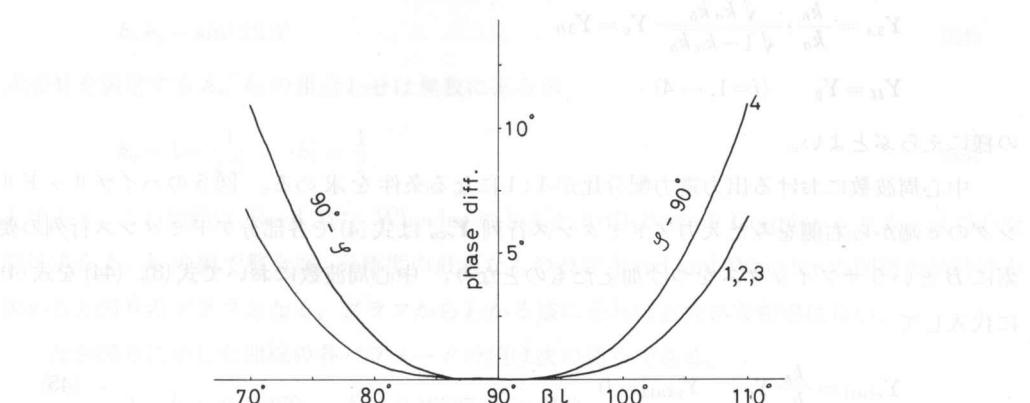


図 4(d) 出力電圧位相差の周波数特性

Fig. 4(d). Frequency characteristics of the phase difference between the output voltages.

なお図 4 に示した曲線の各パラメータは次の通りである。

1. $k_1 = \sin 28.520^\circ, k_2 = \sin 16.480^\circ, \rho$ 最良
2. $k_1 = k_2 = \sin 22.5^\circ$
3. $k_1 = \sin 16.305^\circ, k_2 = \sin 28.695^\circ, \alpha_{12}$ 最良
4. 対称単純ループ・ハイブリッドリング 1 区間

ハイブリッドリングの入力特性すなわち反射係数、分離度は図 2 の a 端での特性であり、出力特性すなわち出力電圧配分比、出力電圧位相差は図 2 で a1 端から入力を入れた場合の d 端での特性である。

以後同様にして種々の接続を行なった回路の特性を調べる。

3.2 非対称 2 区間

図 5 の回路は、図 1 に示した非対称ハイブリッドリングを b 端からおりかえした構造をしており、接続点で整合がとれるためには終端アドミタンス Y_{il} を式(16)の関係から Y_0 に等しくとり

$$k_a = \frac{Y_{1A}}{Y_{2A}}, \quad k_b = \frac{Y_{3A}}{Y_{2A}} \quad (43)$$

とした時、各ポート間の線路のアドミタンス及び終端アドミタンスは

$$\begin{aligned} Y_{1A} &= \frac{\sqrt{k_a k_b}}{\sqrt{1 - k_a k_b}} Y_0 = Y_{1B} \\ Y_{2A} &= \frac{\sqrt{k_b / k_a}}{\sqrt{1 - k_a k_b}} Y_0 = Y_{2B} \\ Y_{3A} &= \frac{k_b}{k_a} \cdot \frac{\sqrt{k_a k_b}}{\sqrt{1 - k_a k_b}} Y_0 = Y_{3B} \\ Y_{il} &= Y_0 \quad (i=1, \dots, 4) \end{aligned} \quad (44)$$

の様にえらぶといよい。

中心周波数における出力電力配分比が 1:1 になる条件を求める。図 5 のハイブリッドリングの c 端から右側をみた入力アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{cin} は式(4)で各部分アドミタンス行列の要素に B というサフィックスをつけ加えたものとなり、中心周波数において式(3), (44)を式(4)に代入して

$$Y_{cin11} = \frac{k_b}{k_a} Y_0, \quad Y_{cin12} = 0 \quad (45)$$

となる。図 5 で (A), (B) 各区間の電圧伝送係数行列 $\mathbf{N}_A, \mathbf{N}_B$ の積が全体の電圧伝送係数行列となる。中心周波数において

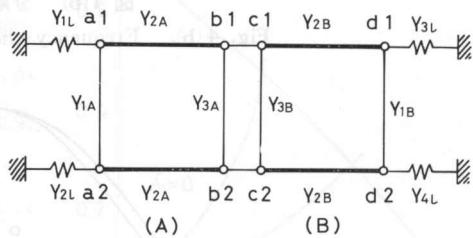


図 5 非対称 2 区間継続接続

Fig. 5. Connection of the unsymmetrical two sections in cascade.

$$\mathbf{N}_A = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{Y}_{cin} = -\mathbf{Y}_{ba}^{-1}(\mathbf{Y}_{bb} + \mathbf{Y}_{c'n}) = \frac{j}{Y_{2A}} \begin{bmatrix} \frac{k_b}{k_a} Y_0 & jY_{3A} \\ jY_{3A} & \frac{k_b}{k_a} Y_0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\mathbf{N}_B = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{Y}_t = -\mathbf{Y}_{ba}^{-1}(\mathbf{Y}_{bb} + \mathbf{Y}_t) = \frac{j}{Y_{2B}} \begin{bmatrix} Y_0 & jY_{1B} \\ jY_{1B} & Y_0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

となる。従って全体の電圧伝送係数行列 \mathbf{N} は

$$\mathbf{N} = \mathbf{N}_A \mathbf{N}_B = \frac{-1}{Y_{2A} Y_{2B}} \begin{bmatrix} \frac{k_b}{k_a} Y_0^2 - Y_{3A} Y_{1B} & jY_{3A} Y_0 + \frac{k_b}{k_a} jY_{1B} Y_0 \\ jY_{3A} Y_0 + \frac{k_b}{k_a} jY_{1B} Y_0 & \frac{k_b}{k_a} Y_0^2 - Y_{3A} Y_{1B} \end{bmatrix} \quad (48)$$

である。従って出力電圧配分比すなわち出力電力配分比が 1:1 になるためには

$$\frac{k_b}{k_a} Y_0^2 - Y_{3A} Y_{1B} = Y_{3A} Y_0 + \frac{k_b}{k_a} Y_{1B} Y_0 \quad (49)$$

が成り立てばよい。式(49)に式(44)を代入して整理すると次式の様になる。

$$(1 - 2k_a k_b)^2 = 4k_a k_b (1 - k_a k_b) \quad (50)$$

$k_a k_b < 1$ であるから

$$k_a k_b = \sin^2 \theta \quad (51)$$

とおけば式(50)は

$$8 \sin^4 \theta - 8 \sin^2 \theta + 1 = 0 \quad (52)$$

となり、これを解くと

$$\theta = 22.5^\circ \quad (53)$$

となる。従って式(51), (53)より出力等分条件は次式の様にあらわされる。

$$k_a k_b = \sin^2 22.5^\circ \quad (54)$$

式(54)を満足する k_a, k_b の組合せは無数にあるが

$$k_a = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad k_b = \frac{1}{2} \quad (55)$$

とすると、この回路は Reed 及び Wheeler の与えた 3 dB Branch Coupler となる。式(54)を満足する k_a, k_b の組で整合度、分離度の最適なもの及び Reed and Wheeler の回路の諸特性を求めるとき図 6 のグラフとなる。グラフからわかる様にそれほど大きな相違はない。

なお図 6 に示した曲線の各パラメータの値は次の通りである。

1. $k_a = 0.31469, \quad k_b = 0.46537, \quad \rho$ 最良
2. $k_a = 0.30324, \quad k_b = 0.48294, \quad \alpha_{12}$ 最良
3. Reed and Wheeler の回路

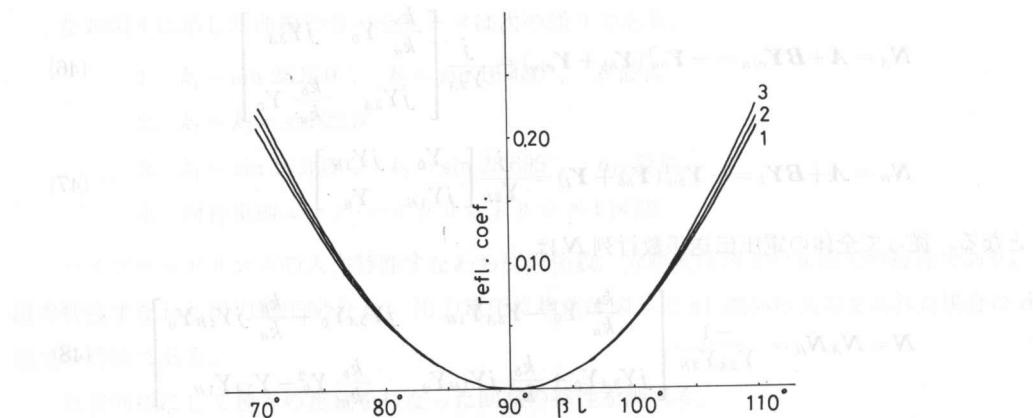


図 6(a) 反射係数の周波数特性

Fig. 6(a). Frequency characteristics of the reflection coefficient.

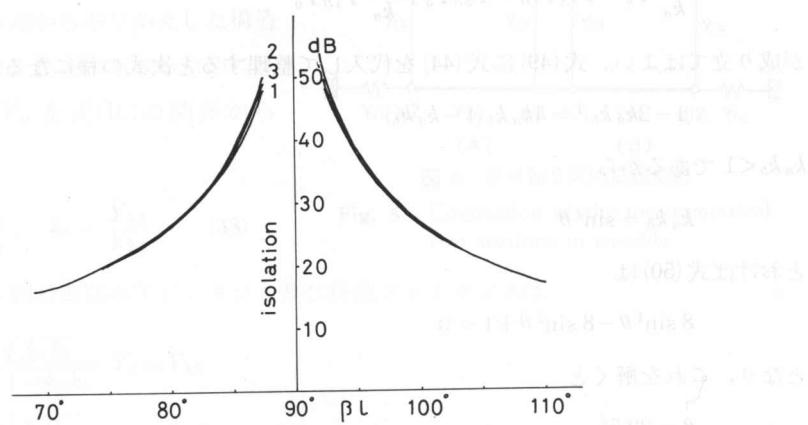


図 6(b) 分離度の周波数特性

Fig. 6(b). Frequency characteristics of the isolation.

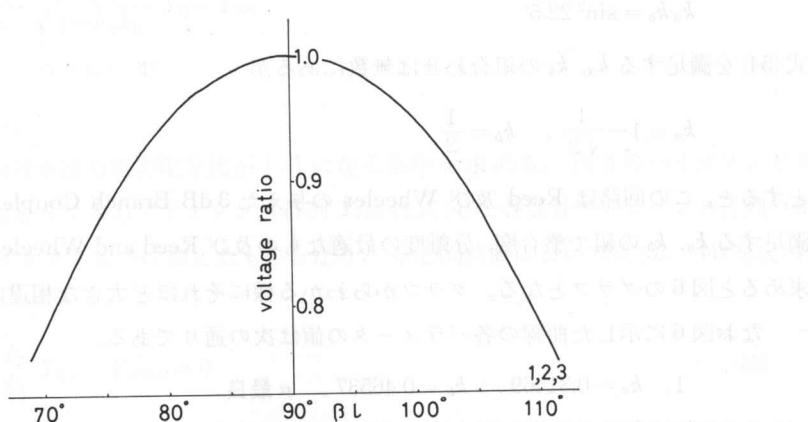


図 6(c) 出力電圧配分比の周波数特性

Fig. 6(c). Frequency characteristics of the output voltage ratio.

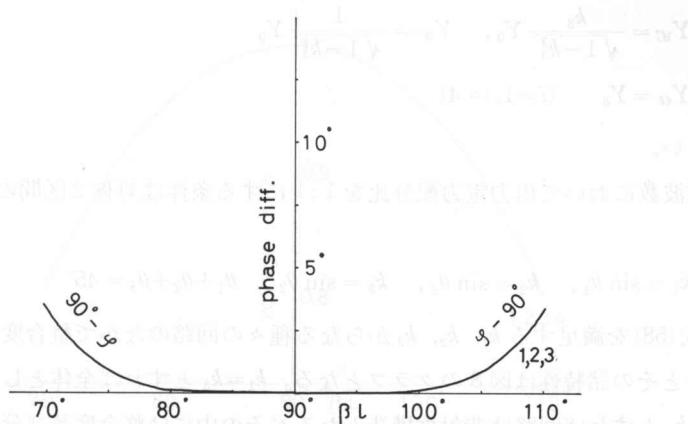


図 6(d) 出力電圧位相差の周波数特性

Fig. 6(d). Frequency characteristics of the phase difference between the output voltages.

3. 3区間継続接続

ここで中心周波数において影像イミタンスが対角行列になる様に非対称ハイブリッドリング及び対称ハイブリッドリングを3区間継続接続する場合を考える。

4.1 対称3区間

中心周波数において接続点で完全整合となる様に接続するには対称2区間の場合と全く同様に図7の回路において各ポート間の線路のアドミタンス及び終端アドミタンスは

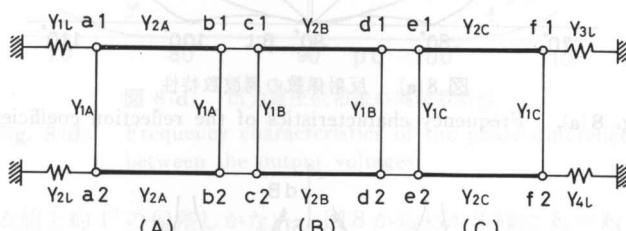


図 7 対称3区間継続接続

Fig. 7. Connection of the symmetrical three sections in cascade.

$$k_1 = \frac{Y_{1A}}{Y_{2A}}, \quad k_2 = \frac{Y_{1B}}{Y_{2B}}, \quad k_3 = \frac{Y_{1C}}{Y_{2C}} \quad (56)$$

とした時

$$Y_{1A} = \frac{k_1}{\sqrt{1-k_1^2}} Y_0, \quad Y_{2A} = \frac{1}{\sqrt{1-k_1^2}} Y_0$$

$$Y_{1B} = \frac{k_2}{\sqrt{1-k_2^2}} Y_0, \quad Y_{2B} = \frac{1}{\sqrt{1-k_2^2}} Y_0 \quad (57)$$

$$Y_{1C} = \frac{k_3}{\sqrt{1-k_3^2}} Y_0, \quad Y_{2C} = \frac{1}{\sqrt{1-k_3^2}} Y_0$$

$$Y_{ii} = Y_0 \quad (i=1, \dots, 4)$$

とすればよい。

中心周波数において出力電力配分比を $1:1$ にする条件は対称 2 区間のときと同様に求められ

$$k_1 = \sin \theta_1, \quad k_2 = \sin \theta_2, \quad k_3 = \sin \theta_3, \quad \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 45^\circ \quad (58)$$

となる。式(58)を満足する k_1, k_2, k_3 からなる種々の回路のなかで整合度及び分離度のよいものを求めるとその諸特性は図 8 のグラフとなる。 $k_1=k_3$ とすれば全体として回路は対称構造となり、 $k_1 \neq k_3$ とすれば回路は非対称構造となるがその中には整合度及び分離度の更によいものがあり、それもグラフに示した。出力電圧配分比の特性は非常によく $\beta L = 70^\circ \sim 110^\circ$ の範囲で

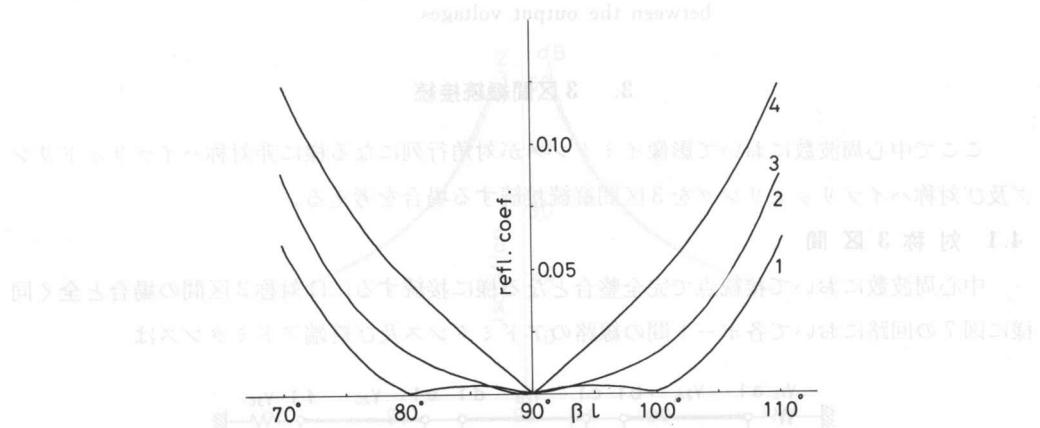


図 8(a) 反射係数の周波数特性

Fig. 8(a). Frequency characteristics of the reflection coefficient.

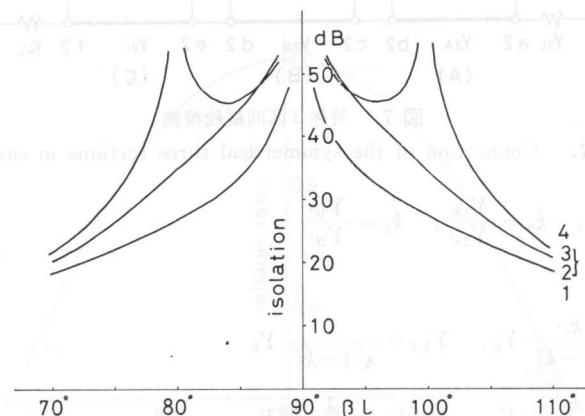


図 8(b) 分離度の周波数特性

Fig. 8(b). Frequency characteristics of the isolation.

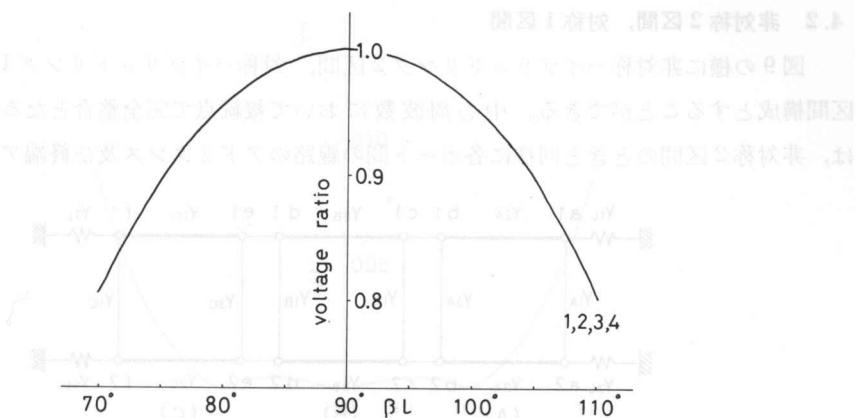


図 8(c) 出力電圧配分比の周波数特性

Fig. 8(c). Frequency characteristics of the output voltage ratio.

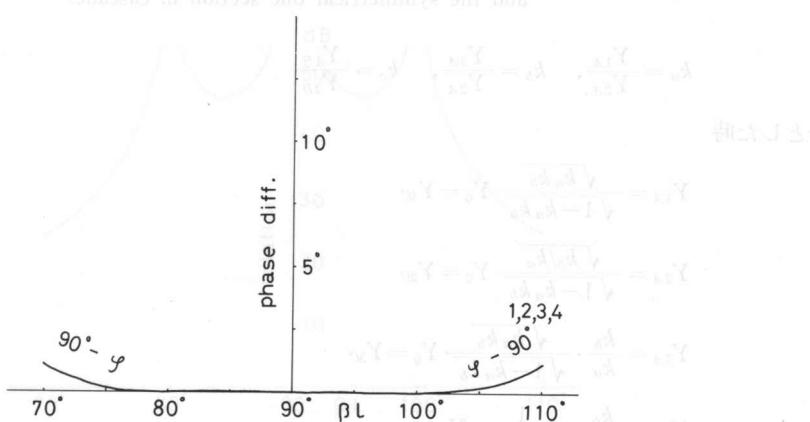


図 8(d) 出力電圧位相差の周波数特性

Fig. 8(d). Frequency characteristics of the phase difference between the output voltages.

中心周波数における値と約 1° の偏差しかない。図8からわかる様に $k_1 = k_3$ の時には整合度及び分離度の最適な条件はほぼ一致し、 $k_1 \neq k_3$ とすればどちらか一方のみを更に改善することができる。

なお図8に示した曲線の各パラメータの値は次の通りである。

1. $k_1 = \sin 18.5304^\circ$, $k_2 = \sin 16.0823^\circ$, $k_3 = \sin 10.3873^\circ$, ρ 最良
2. $k_1 = \sin 13.60049^\circ = k_3$, $k_2 = \sin 17.79902^\circ$, ρ 最良
3. $k_1 = \sin 13.65155^\circ = k_3$, $k_2 = \sin 17.69690^\circ$, α_{12} 最良
4. $k_1 = \sin 10.6362^\circ$, $k_2 = \sin 15.6554^\circ$, $k_3 = \sin 18.7083^\circ$, α_{12} 最良

ただし各パラメータは $\beta l = 80^\circ$ 及び 100° における ρ 及び α_{12} の値が最もよくなる様に変化させた。

4.2 非対称 2 区間、対称 1 区間

図 9 の様に非対称ハイブリッドリング 2 区間、対称ハイブリッドリング 1 区間を用いて 3 区間構成とすることができる。中心周波数において接続点で完全整合となる様に接続するには、非対称 2 区間のときと同様に各ポート間の線路のアドミタンス及び終端アドミタンスは

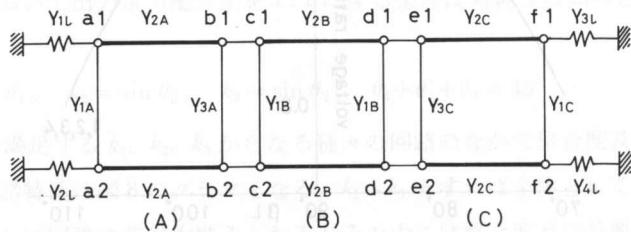


図 9 非対称 2 区間、対称 1 区間継続接続

Fig. 9. Connection of unsymmetrical two sections in cascade and the symmetrical one section in cascade.

$$k_a = \frac{Y_{1A}}{Y_{2A}}, \quad k_b = \frac{Y_{3A}}{Y_{2A}}, \quad k_c = \frac{Y_{1B}}{Y_{2B}} \quad (59)$$

とした時

$$\begin{aligned} Y_{1A} &= \frac{\sqrt{k_a k_b}}{\sqrt{1 - k_a k_b}} Y_0 = Y_{1C} \\ Y_{2A} &= \frac{\sqrt{k_b / k_a}}{\sqrt{1 - k_a k_b}} Y_0 = Y_{2C} \\ Y_{3A} &= \frac{k_b}{k_a} \cdot \frac{\sqrt{k_a k_b}}{\sqrt{1 - k_a k_b}} Y_0 = Y_{3C} \\ Y_{1B} &= \frac{k_b}{k_a} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - k_c^2}} Y_0 \\ Y_{2B} &= \frac{k_b}{k_a} \cdot \frac{k_c}{\sqrt{1 - k_c^2}} Y_0 \end{aligned} \quad (60)$$

$Y_{ii} = Y_0 \quad (i=1, \dots, 4)$ とすればよい。ただし Y_{1B}, Y_{2B} は式 (16) を用いて得る。

中心周波数において出力電力配分比を 1:1 にする条件を求めるとき、非対称 2 区間、対称 2 区間の場合と同様に

$$k_a k_b = \sin \theta_{ab}, \quad k_c = \sin \theta_c, \quad 2\theta_{ab} + \theta_c = 45^\circ \quad (61)$$

となる。式 (61) を満足する k_a, k_b, k_c からなる種々の回路のなかで、整合度及び分離度の最適なものを求めるとその諸特性は図 10 に示すグラフとなりグラフからわかる様に反射係数、分離度は三峰特性を有する。

なお図 10 に示した曲線の各パラメータの値は次の通りである。

$$k_a = 0.16064310, \quad k_b = 0.24706564, \quad k_c = \sin 22.017070^\circ, \quad \rho \cdot \alpha_{12} \text{ 最良}$$

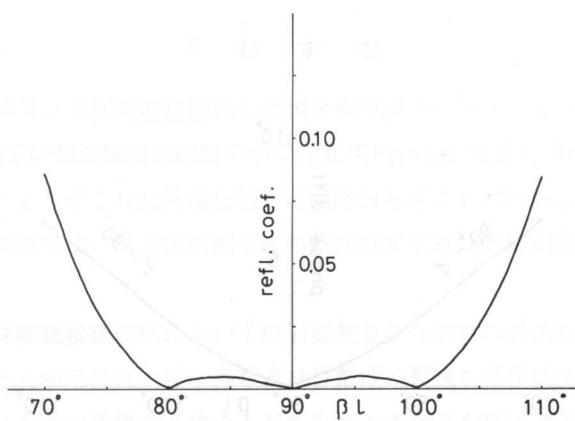


図 10(a) 反射係数の周波数特性

Fig. 10(a). Frequency characteristics of the reflection coefficient.

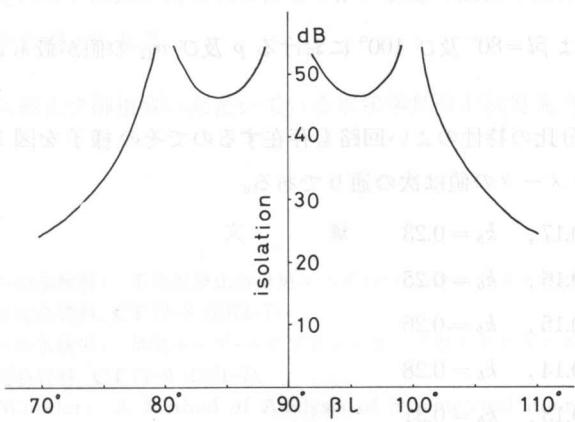


図 10(b) 分離度の周波数特性

Fig. 10(b). Frequency characteristics of the isolation.

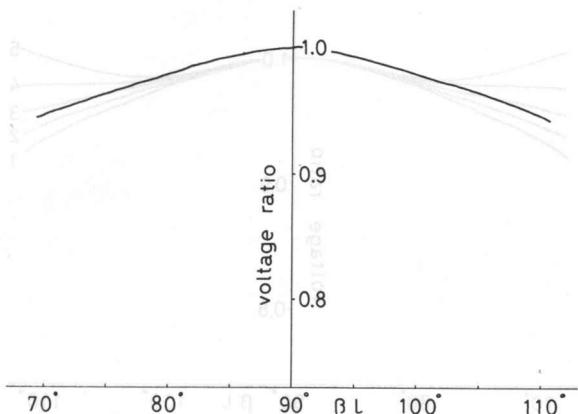


図 10(c) 出力電圧配分比の周波数特性

Fig. 10(c). Frequency characteristics of the output voltage ratio.

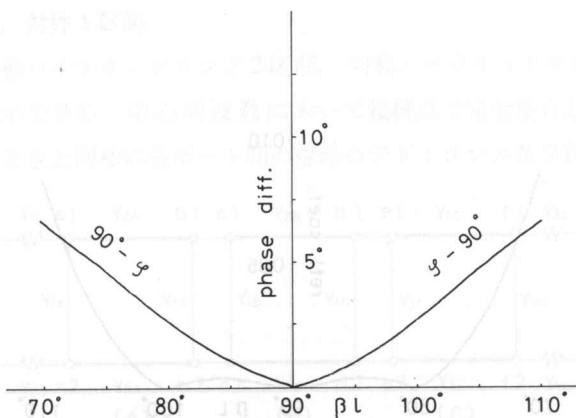


図 10(d) 出力電圧位相差の周波数特性

Fig. 10(d). Frequency characteristics of the phase difference between the output voltages.

ただし各パラメータは $\beta l = 80^\circ$ 及び 100° における ρ 及び α_{12} の値が最もよくなる様に変化させた。

なお出力電圧配分比の特性のよい回路も存在するのでその様子を図 11 のグラフに示す。図 11 の曲線の各パラメータの値は次の通りである。

1. $k_a = 0.17, k_b = 0.23$
2. $k_a = 0.16, k_b = 0.25$
3. $k_a = 0.15, k_b = 0.26$
4. $k_a = 0.14, k_b = 0.28$
5. $k_a = 0.13, k_b = 0.31$

ただし曲線 1~5 まで k_c の値は $\sin 22^\circ$ である。

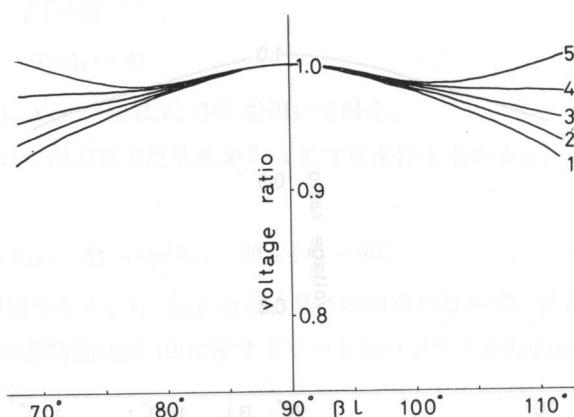


図 11 出力電圧配分比の周波数特性

Fig. 11. Frequency characteristics of the output voltage ratio.

5. む す ひ

以上の様に2区間及び3区間縦続接続した場合の単純ループ・ハイブリッドリングの諸特性を求めたが、非対称2区間縦続接続回路の中には従来用いられてきたReed及びWheelerの3dB Branch Couplerよりすぐれた特性を有する回路があることがわかった。非対称2区間、対称1区間縦続接続回路では、出力電圧配分比の特性のすぐれた回路が存在するので利用価値が大きいであろう。

2区間及び3区間縦続接続回路において反射係数及び分離度の最適な条件は異なるが、全体として対称構造とした場合には、反射係数及び分離度の最適な条件はほぼ一致し両方とも改善することができ全体を非対称構造とするとどちらか一方のみを更に改善することができる。

3区間縦続接続回路のほうが2区間縦続接続回路より特性がすぐれており、もうと区間数を増加すれば特性の更により回路が得られるだろうが、実際の回路の製作上の精度から3区間程度が限度ではないかと考えられる。

最後に、平素から絶えず御指導いただいている本学学長松本秋男先生に深く感謝いたします。

文 献

- 1) 安住和彦・品田雄治・松本秋男：不等配分比の単純ループ・ハイブリッドリングについて、信学会回路とシステム理論研究会資料、CT 71-8 (1971-7).
- 2) 安住和彦・品田雄治・松本秋男：単純ループ・ハイブリッドリングのリアクタンス補償、信学会回路とシステム理論研究会資料、CT 71-9 (1971-7).
- 3) J. Reed and G. J. Wheeler: A Method of Analysis of Symmetrical Four-Port Networks, IRE Trans. MTT-4 (Oct. 1956).
- 4) 西出 雅・松本秋男：多端子網への影像パラメータ系の拡張、信学論誌、53-A (1970-6).

本文で用いられている各種のハイブリッド回路の中でも純ループ・ハイブリッドリングは一派簡單であるが、電気的特性は必ずしも良くない。特性の改善を目的とした改良が考案されるが、多端子網接続する場合に適用が困難である。多端子網接続する場合の問題は、4端子として非対称及び対称のものとされて考えられる。非対称の場合は、4端子を縦続接続し中心端子を削除した形での周波数特性を測定するが、その周波数特性を算出する方法が未だ確立していない。出力電圧比は異子特性を示す。この特性は单端子端子で見ると、必ずしも表現できない。