

ふく射の指向性を考慮した二平面間の ふく射熱伝達 (第1報)*

— 一面が低温度の黒体の場合 —

馬 場 弘**

金 山 公 夫**

角 谷 修***

(昭和47年4月15日受理)

Radiation Heat Transfer between Two Surfaces Taken into Consideration the Directional Property of Emittance (Part 1)

— In Case One Surface Is of the Low
Temperature Blackbody —

by Hiromu BABA, Kimio KANAYAMA
and Osamu KAKUTANI

The approximate calculations of radiation heat transfer between two surfaces, on the assumption that the emissive property of each surface is nondirectional as on the blackbody or the graybody, have usually been made by means of the configuration factor determined only by dimension, shape and angle relation of those surfaces. However, if the emittances of the real surfaces of solids have the directional properties, then the configuration factor must be determined by taking into consideration not only dimension, shape and angle relation but also the directional factor.

In this study, as an example of the simplest case, the calculation of radiative heat transfer between a surface possessing the directional property on the emittance and a surface of low temperature blackbody was tried out.

1. ま え が き

二面間あるいは多面間のふく射伝熱の現象は、熱工学上しばしば遭遇する重要な問題で、その場合、各面のふく射特性は指向性のない黒体または灰色体と仮定して理論構成がなされ、授受熱量の計算が行なわれている¹⁾。しかし、この仮定は実在の表面のうち金属および非金属の粗面にはよく適合するが、非金属の平滑面には近似的に適合するに過ぎず、金属の平滑面に

* 日本機械学会道支部学生研究発表会(昭和47年3月札幌)で発表

** 北見工業大学機械工学科

*** 北見工業大学機械工科学科学生(現在日立製作所勤務)

いたってはまったく適合しない。その理由は、金属および非金属の平滑面のふく射特性は基本的には Fresnel²⁾ の式で示される指向性を有するため、それによれば金属と非金属とは光学定数などの相違により結果的に相反する性質を示すとされている。また、粗面においても、あらさの大きさおよび形状の変化により指向性があられ、その傾向も変化するから注意を要する³⁾。

ゆえに、複数年間のふく射伝熱の問題を、現象により忠実にあらわすためには、指向性および波長特性など各面のふく射特性を考慮に入れた非灰色体扱いにされなければならず、その方法としては、定義からいって各面のふく射特性を形態係数に含めて処理されるべきものとおもわれる。しかし、指向特性を含めた形態係数の概念を採用することにより、従来から行なわれてきた黒体および灰色体表面同士のふく射熱伝達の計算において慣用されている相反定理は一般に成立しなくなり⁴⁾、さらに各面間の反射成分にも指向性があらわれるなど、その計算はきわめてめんどろなものとなり、おそらく厳密解を得ることは不可能とおもわれる。

そこで、著者らはふく射の指向性を考慮した二平面間のふく射伝熱問題に対処するにあたり、第一段階として一方が指向性を有する高温度の放熱面で、他は低温度の黒体受熱面という最も簡単な例を想定して、放熱面より射出されたふく射は完全に受熱面に吸収され、受熱面からのふく射および反射がない場合の形態係数を数値解により近似計算し、無指向性の場合との比較を行なった。

2. ふく射の指向性を考慮した形態係数

理論をすすめるにあたりつぎの仮定をおく。

1) ふく射の波長特性は考えず全ふく射で扱う。

2) 放熱面となる高温度側の物体表面のふく射率が指向性を有し、受熱面側は低温度の黒体面とする。したがって放熱面から受熱面に達したふく射は完全に吸収され、受熱面からの射出および反射はない。

3) 物体表面の指向性は等方性とする。

授受熱量の計算においてはつぎに示す二つの基本式を採用する。

$$Q_{12} = \epsilon_N \sigma T_1^4 F_{N12} A_1 \quad (1)$$

$$Q_{12} = \epsilon_H \sigma T_1^4 F_{H12} A_1 \quad (2)$$

ここで Q_{12} : 面1から面2へのふく射エネルギー (kcal/hr)

ϵ_N : 垂直ふく射率

ϵ_H : 半球ふく射率

σ : Stefan-Boltzmann 定数 ($=4.88 \times 10^{-8}$ kcal/m²·hr·°K⁴)

F_{N12} : 垂直ふく射率を基準にした面1から面2を見る形態係数

T_1 : 面1の温度 (°K)

A_1 : 面1の面積 (m²)

F_{M12} : 半球ふく射率を基準にした面1から面2を見る形態係数

つぎに図1に示すように面1における微小面積 dA_1 からふく射されて、面2における微小面積 dA_2 に到達するふく射エネルギー d^2Q_{12} は式(3)で示される。

$$d^2Q_{12} = i(\phi) \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2}{S^2} dA_1 dA_2 \quad (3)$$

ここで $i(\phi)$: 面1の ϕ 方向に対するふく射強度 (kcal/m²·hr)

ϕ_1, ϕ_2 : 各面の法線と二面の中心を結ぶ直線とのなす角度

S : 二面間の距離 (m)

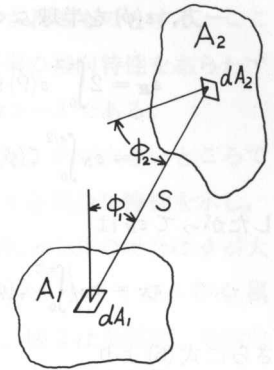


図1 二面間のふく射エネルギー計算の記号説明

Fig. 1. Illustration of symbols on the calculation of radiation energy between two surfaces.

一方、指向ふく射率 $\varepsilon(\phi)$ は、物体表面の ϕ 方向のふく射強度と、それと同温度の黒体のふく射強度との比であり

$$\varepsilon(\phi) = \frac{i(\phi)}{i_b} = \frac{i(\phi)}{E_b/\pi} = \frac{i(\phi)}{\sigma T_1^4/\pi}$$

ただし、 E_b は黒体のふく射能。

したがって

$$i(\phi) = \frac{1}{\pi} \varepsilon(\phi) \sigma T_1^4 \quad (4)$$

となる。

式(4)を式(3)に代入して面積 A_1 および A_2 について積分すると、面1から面2へ伝達されるふく射エネルギー Q_{12} が得られ

$$Q_{12} = \frac{\sigma T_1^4}{\pi} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\varepsilon(\phi) \cos \phi_1 \cos \phi_2}{S^2} dA_1 dA_2 \quad (5)$$

となる。

ここで、 $\varepsilon(\phi)$ は垂直ふく射率 ε_N を基準として、ただし指向性成分を $\zeta(\phi)$ とすると

$$\varepsilon(\phi) = \varepsilon_N \zeta(\phi) \quad (6)$$

であらわされるものとする。

式(6)を式(5)に代入し、式(1)と比較すればふく射の指向性を考慮した形態係数 F_{M12} が求められる。

$$F_{M12} = \frac{1}{\pi A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\zeta(\phi) \cos \phi_1 \cos \phi_2}{S^2} dA_1 dA_2 \quad (7)$$

一方, $\varepsilon(\phi)$ を半球ふく射率を基準としてあらわす場合は

$$\begin{aligned}\varepsilon_H &= 2 \int_0^{\pi/2} \varepsilon(\phi) \sin \phi \cos \phi d\phi \\ &= \varepsilon_N \int_0^{\pi/2} \zeta(\phi) \sin 2\phi d\phi\end{aligned}$$

したがって ε_N は

$$\varepsilon_N = \varepsilon_H / \int_0^{\pi/2} \zeta(\phi) \sin 2\phi d\phi \quad (8)$$

さらに式(6)より

$$\varepsilon(\phi) = \frac{\varepsilon_H \zeta(\phi)}{\int_0^{\pi/2} \zeta(\phi) \sin 2\phi d\phi} \quad (9)$$

を得る。

式(9)を式(5)に代入して式(2)と比較すれば半球ふく射率を基準とした場合の形態係数 F_{H12} は

$$\begin{aligned}F_{H12} &= \frac{1}{\pi A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{1}{K} \frac{\zeta(\phi) \cos \phi_1 \cos \phi_2}{S^2} dA_1 dA_2 \\ &= \frac{1}{K} F_{N12}\end{aligned} \quad (10)$$

ただし

$$K \equiv \frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_N} = \int_0^{\pi/2} \zeta(\phi) \sin 2\phi d\phi \quad (11)$$

であり, 半球ふく射率を基準とした場合の形態係数が, 垂直ふく射率を基準とした形態係数に $1/K$ を乗ずることによって求められる。ここで注意しなければならないことは, 一般に n 個の平面で構成された閉空間内の形態係数の総和関係は, 垂直ふく射率を基準とした場合は 1 とはならず

$$\sum_{i=1}^n (F_{N12})_i = K \quad (12)$$

となる。

3. 指向特性と F_N , F_H の関係

式(7)および式(10)を用いて指向性を考慮した形態係数を求める場合, 指向成分をあらわす $\zeta(\phi)$ の形をいかに決めるかが問題となる。物体平面の指向ふく射率に関しては, Fresnel, Schmidt および Eckert ら^{5),6)}により電磁理論から金属および非金属について厳密式および近似式が求められているが, それらを直接あてはめることは計算を複雑化するだけであまり意味がない。そこで物体の指向ふく射率の特性を単純にモデル化して

$$\zeta(\phi) = \cos^m \phi \quad (13)$$

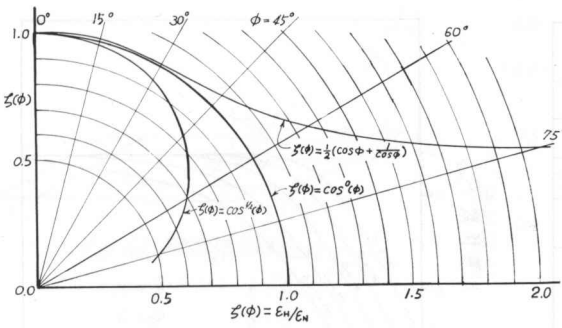


図2 ふく射特性をあらわす指向性モデル
Fig. 2. Directional models for indicating the emissive properties.

の関数であらわされるものとする。ここで、 m はふく射率の指向特性をあらわすパラメータで $m > -2$ である。

$m < 0$ の場合、 ϕ が大きいところで $\epsilon(\phi)$ が大きくなり金属的な特性を示し、 $m = 0$ で無指向性、 $m > 0$ の場合は ϕ が大きいところで $\epsilon(\phi)$ が小さくなり非金属的な特性を示す。図2は金属性、無指向性、非金属性をあらわす3種類のモデル化された指向曲線を示す。

これらの指向特性が形態係数に及ぼす影響を求めるために、一例として図3に示すように一面が微小平面、他面が円形平面の場合の形態係数の計算過程を以下に示す。

A_1 が微小平面であるゆえ式(9)より形態係数はつぎのようになる。

$$F_{N12} = \frac{1}{\pi} \int_{A_2} \frac{\zeta(\phi) \cos \phi_1 \cos \phi_2}{S^2} dA_2$$

ここで、 $\zeta(\phi) = \cos^m \phi$ 、 $\cos \phi_1 = \cos \phi_2 = h/S$ 、および $dA_2 = 2\pi r dr = 2\pi S^2 (\sin \phi / \cos \phi) d\phi$ であるゆえ

$$\begin{aligned} F_{N12} &= \int_0^{\phi_R} \cos^m \phi \sin 2\phi d\phi \\ &= \frac{2}{m+2} \left\{ 1 - \cos^{m+1} \phi_R \right\} \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\cos \phi_R = (h/S)_R = h/\sqrt{h^2 + R^2}$ を代入して $R = R/h$ と無次元化すれば、結局 F_{N12} は

$$F_{N12} = \frac{2}{m+2} \left\{ 1 - (1+R^2)^{-\frac{m+2}{2}} \right\} \quad (14)$$

となる。さらに式(11)より K は

$$K \equiv \int_0^{\pi/2} \cos^m \phi \sin 2\phi d\phi = \frac{2}{m+2}$$

ゆえに F_{H12} は

$$F_{H12} = \frac{1}{K} F_{N12} = 1 - (1+R^2)^{-\frac{m+2}{2}} \quad (15)$$

となる。 m を $-1.5, -1, 0, 2$ および 7 として F_{N12}, F_{H12} を計算し、結果を図4および図5に示す。

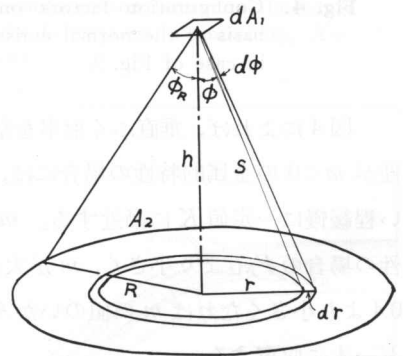


図3 有限円形平面とその中心線上に平行に置かれた微小面とのふく射エネルギー計算の記号説明

Fig. 3. Illustration of symbols of the calculation of radiation energy between the finite circular plane and the differential element located parallel to its upon center axis.

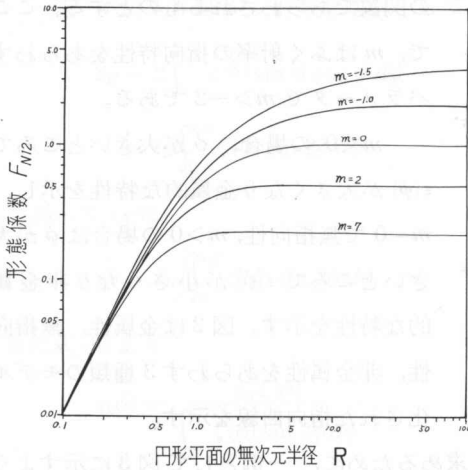


図4 図3における垂直ふく射率を基準とする形態係数

Fig. 4. Configuration factors on the basis of the normal emissivity in case of Fig. 3.

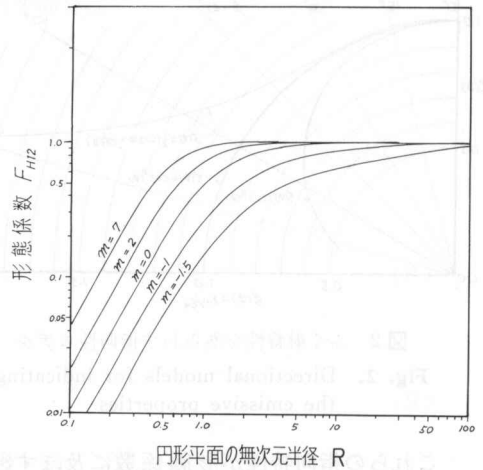


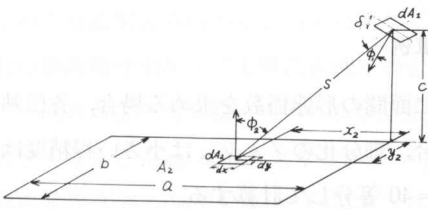
図5 図3における半球ふく射率を基準とする形態係数

Fig. 5. Configuration factors on the basis of the hemispherical emissivity in case of Fig. 3.

図4によれば、垂直ふく射率を基準とした形態係数 F_{N12} は、各無次元半径に対して指向特性が $m < 0$ の金属的特性の場合には、 $m = 0$ の無指向性の形態係数 F_{N12} より大きく、 m が小さい程緩慢に一定値 K に漸近する。 $m > 0$ の非金属的特性の場合には、形態係数 F_{N12} は無指向性の場合の F_{N12} より小さく、 m が大きい程 R が小さいところで一定値 K に漸近する。 R が約 0.4 より小さくなれば m の値のいかんにかかわらず各 F_{N12} の値は近接し、 F_{N12} の曲線はほとんど一本に収束する。

図5によれば、半球ふく射率を基準とした形態係数 F_{H12} は、無次元半径 R が大きくなると m のいかんにかかわらず 1.0 に近づく。指向特性 m が小さい程 F_{H12} は小さく、図4の F_{N12} の場合と逆の傾向を示す。また R が小さい範囲で F_{H12} に対する指向特性 m の影響があらわれている。指向特性 $m < 0$ の場合の F_{H12} は、 $m = 0$ の場合より小さく R の増加とともにゆるやかに 1.0 に近づく。 $m > 0$ の場合、 F_{H12} は $m = 0$ の場合より大きく R が小さいところで 1.0 に近づく。

これらの理由は、指向特性 m が大きいと垂直方向のふく射率が大きく、 R の小さい範囲に多くのエネルギーが集中するためと考えられる。図4の垂直ふく射率を基準とした形態係数 F_{N12} の傾向が、図5の F_{H12} の傾向と逆になるのは、指向特性が小さい程基準となる垂直ふく射率 ϵ_N が半球ふく射率 ϵ_H に比べて小さいためであり、従来の形態係数の概念からエネルギー授受の効果を比較するためには、半球ふく射率を基準とした形態係数 F_{H12} によるのが妥当とおもわれる。



$$F_{N12} = \frac{1}{\pi} \int_{A_2} \frac{\zeta(\phi) \cos \phi \cos \phi_2}{S^2} dA_2$$

$$X = \frac{a}{c} \quad Y = \frac{b}{c}$$

$$x = \frac{a}{c} \phi \quad y = \frac{b}{c} \phi$$

$$\cos \phi = (X \sin \delta + \cos \delta)$$

$$\cos \phi_2 = \frac{1}{S} \quad dA_2 = dx dy$$

$$F_{H12} = \frac{1}{K} F_{N12}$$

$$K = \int_0^{2\pi} \zeta(\phi) \sin 2\phi d\phi$$

図6 微小面素と任意の傾きをなす有限長方形平板のふく射エネルギー計算

Fig. 6. Calculation of radiation energy between the differential element and the finite rectangular plane crossing in an arbitrary angle each other.

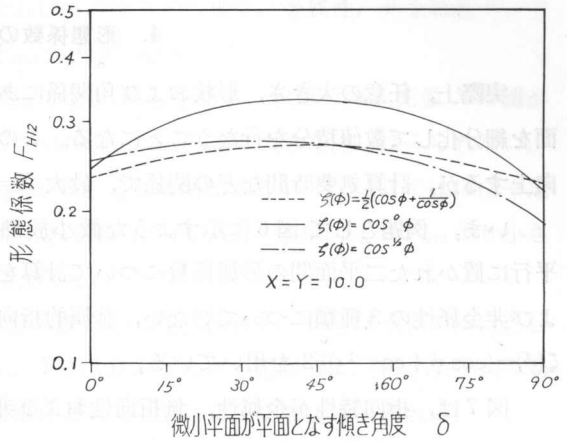


図7 図6における傾き角deltaと半球ふく射率基準の形態係数の関係 X=Y=10.0

Fig. 7. Relation of the inclined angle δ vs. the configuration factor on the basis of the hemispherical emissivity, $X=Y=10.0$

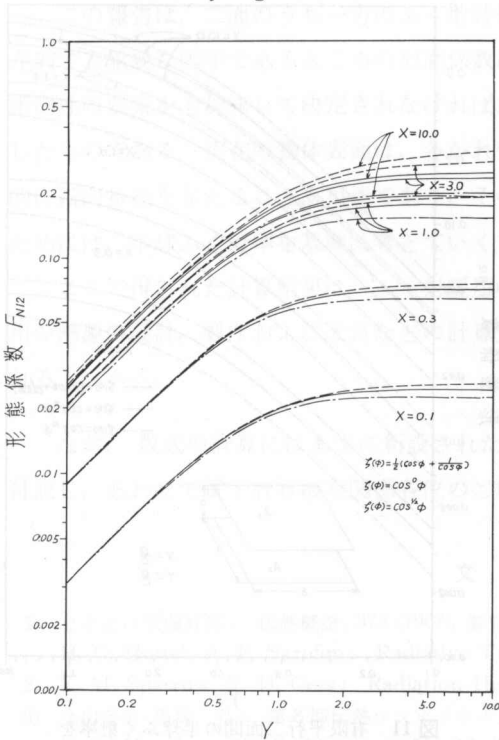


図8 図6における垂直ふく射率を基準とする形態係数 ($\delta=0$)

Fig. 8. Configuration factors on the basis of the normal emissivity in case of Fig. 6. ($\delta=0$)

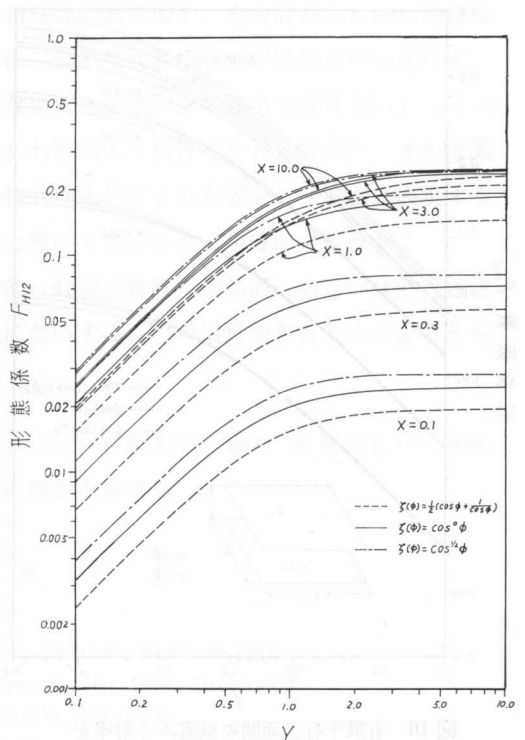


図9 図6における半球ふく射率を基準とする形態係数 ($\delta=0$)

Fig. 9. Configuration factors on the basis of the hemispherical emissivity in case of Fig. 6. ($\delta=0$)

4. 形態係数の計算例

實際上、任意の大きさ、形状および角関係にある二面間の形態係数を求める場合、各伝熱面を細分化して数値積分を行なうことになる。この場合、細分化のメッシュは小さい程精度は向上するが、計算所要時間などの関係で、最大 $X=Y=40$ 等分して計算する。

いま、例題として図6に示すような微小放熱面と任意の傾きを有する長方形平板および平行に置かれた二平面間の形態係数について計算を行なった。指向特性は金属性、無指向性および非金属性の3種類について行ない、金属的指向性をあらわす近似式として式(13)の代りに $\zeta(\phi) = (\cos \phi + \cos^{-1} \phi) / 2$ を用いている。

図7は、指向特性が金属性、無指向性および非金属性の F_{H12} を、傾き角 δ が 0° から 90° まで 15° ごとに計算した値をあらわす。ただし、無次元寸法は $X=Y=10.0$ にとっている。これによると $\delta=0^\circ$ のとき指向特性が非金属性の場合の F_{H12} が大きく、ついで無指向性、金属性の場合と F_{H12} は順次小さくなっている。また、 $\delta=90^\circ$ では F_{H12} の値は逆に金属性、無指向性、非金属性の順に小さくなっており、このことは幾何学的な角関係と与えられた指向特性か

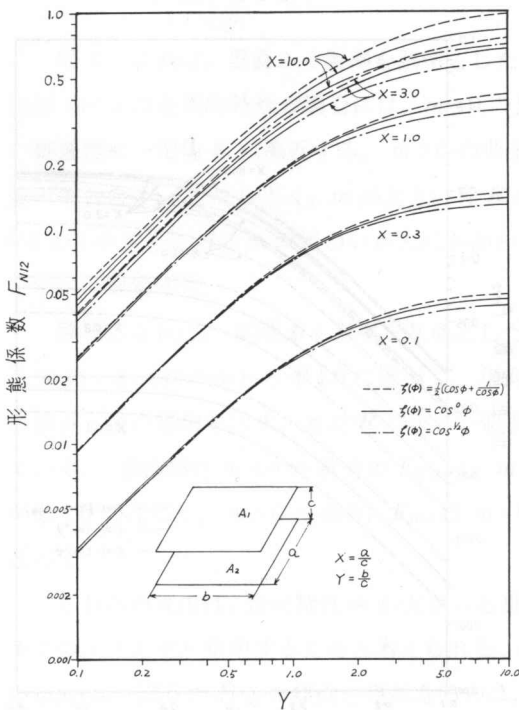


図10 有限平行二面間の垂直ふく射率を基準とする形態係数

Fig. 10. Configuration factors between the two finite surfaces located parallel each other, on the basis of the normal emissivity.

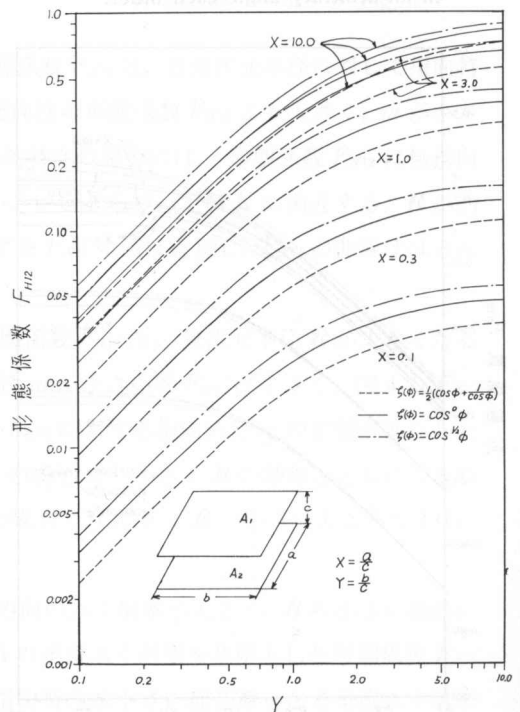


図11 有限平行二面間の半球ふく射率を基準とする形態係数

Fig. 11. Configuration factors between the two finite surfaces located parallel each other, on the basis of the hemispherical emissivity.

ら順当な結果とみられる。これに対して、それ以外の傾き角の場合、金属性、非金属性のいずれの指向特性を与えても無指向性の場合の F_{H12} が大きい値を示す。

図8および図9は、 $\delta=0^\circ$ の形態係数 F_{N12} および F_{H12} を示す。図8は無次元数 X の値が大きくなると F_{N12} は大きくなるが、 $X>1.0$ では X による F_{N12} の大きな違いはみられない。無次元数 Y について見ると $Y<1.0$ では F_{N12} は Y とともに増加するが、 $Y>1.0$ ではほぼ一定の値となる。図9によると指向特性が金属性である場合の F_{H12} は、無指向性の F_{H12} より小さく、非金属性の F_{H12} は無指向性の F_{H12} より大きい。

図10および図11は、平行二平面間形態係数 F_{N12} , F_{H12} を示す。 F_{N12} は全体の傾向として、図8の微小放熱面の場合と同じであるが、 Y が1.0より大きい範囲では、微小放熱面の場合と比較して増大する。これは放熱面積が有限になったことによる影響とおもわれる。

図11によると F_{H12} は指向特性によりかなりの違いが見られる。この場合も指向特性が非金属性の場合の F_{H12} が他の指向特性を有する場合よりも大きい。

5. む す び

この報告は、二面のうち一方のふく射特性に指向性がある場合、その間のふく射伝熱量を左右する重要な因子であるところの形態係数は単に二面の幾何形状および角関係のみならず、指向性の要素をも加味して決定されなければならないことを幾つかの簡単な計算例によって示したものである。実在の物体表面は、多かれ少なかれ指向ふく射特性を有しており、また意識的に指向特性を与えることも可能であり、その際指向性成分による影響をより適確に表現するためには、半球ふく射率を基準に考えていく方が合理的であることが明確にされた。

ここで得られた計算結果は、ふく射暖房その他一般暖房装置の放熱面、あるいは熱線融雪用の熱源の設計、製作および改良などの計算方法にたいする一つの指針を与えるものと考えられる。

なお、数式の計算には本学に新設された電子計算機 (OKITAC-4500) を使用したことを付記し、あわせて電子計算機室関係各位のご協力に謝意を表す。

文 献

- 1) たとえば甲藤好郎: 伝熱概論, 372 (1967), 養賢堂.
- 2) H. C. Hottel, A. F. Sarofim: Radiative Transfer, 25 (1967), McGraw-Hill.
- 3) E. M. Sparrow, R. D. Cess: Radiation Heat Transfer, 63 (1966), Brooks/cole.
- 4) 金山公夫・馬場 弘: 第8回伝熱シンポジウム講演論文集, 265 (1971).
- 5) D. C. Hamilton, W. R. Margan: NACA TN 2836, 4 (1952).
- 6) E. Schmidt, E. R. G. Eckert: Forsh. Gebiete Ingr., 6, 175 (1935).
- 7) M. Jakob: Heat Transfer, 1, 47 (1964), Wiley and Sons.