

# 位相反転形ハイブリッド・リングの広帯域化\*

品 田 雄 治\*\*

(昭和46年9月30日受理)

## Broadbanding of the Reverse Phase Hybrid Ring

by Yūji SHINADA

Among the four hybrid characteristics, i.e. matching, isolation, output voltage ratio and phase difference of the output voltage, only the matching has the frequency characteristics to the reverse phase hybrid ring.

To improve the matching characteristics, it is proposed to connect in series suitable distributed capacitances to each port of the reverse phase hybrid ring.

When the reverse phase side is composed of a two-wire line, at both ends of this two-wire line distributed inductance is shunted equivalently, so connecting the compensating distributed inductances to other ports become necessary for matching. Accordingly, by using both the susceptance compensation and reactance compensation, broadband characteristics are attainable.

### 1. 緒 言

各種ハイブリッド回路のうち、位相反転形ハイブリッド・リング<sup>1)</sup>は、逆相辺の実現方法を除いては簡単な構造であり、そのハイブリッド特性は、整合に関してのみ周波数特性を持ち、他の特性は全周波で完全に成り立つ。したがって広帯域化の目的は整合のみであり、アドミタンス行列を用いて回路を解析し、整合の改善方法を導いた。

また逆相辺を構成する方法の一つとして、二線条線路を用いることが提案されているが<sup>2)</sup>、この方法によれば等価的に各ポートに分路分布インダクタンスが挿入されることになる<sup>3)</sup>。したがって終端アドミタンスが不等になり、整合を完全にするためには、このことも考慮して行なう必要がある。

### 2. 理想位相反転形ハイブリッド・リングの動作

W. Tyminski<sup>1)</sup>はUHF用として図1(a)のような回路を提案し、これを位相反転形ハイブリッド・リングと称した。この原形では、リングの四辺の線路の特性アドミタンスは等しくなっ

\* 1971年テレビジョン学会全国大会(昭46.6札幌)

\*\* 北見工業大学電気工学科

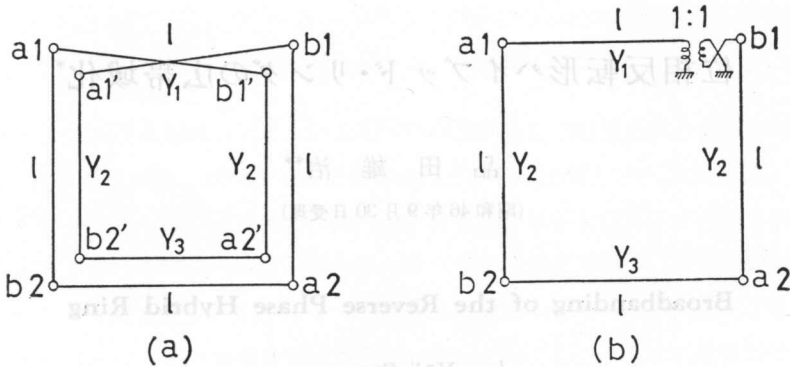


図 1 理想位相反転形ハイブリッド・リング  
(a) 平衡形, (b) 不平衡形

Fig. 1. Ideal reverse-phase hybrid ring.  
(a) balanced, (b) unbalanced.

ているが、ここではなるべく一般性を保つために、左右対称性だけを保つようにして、図 1(a) のような特性アドミタンスの線路から成るとする。同図 (b) は同軸形表示である。これらの回路のアドミタンス行列  $\mathbf{Y}$  の要素は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} &= Y_{33} = (Y_1 + Y_2) \lambda^{-1}, \\ Y_{22} &= Y_{44} = (Y_2 + Y_3) \lambda^{-1}, \\ Y_{12} &= Y_{34} = 0, \quad Y_{13} = Y_1 s^{-1}, \quad Y_{24} = -Y_3 s^{-1} \\ Y_{14} &= Y_{23} = -Y_2 s^{-1}, \quad Y_{ij} = Y_{ji} \\ \lambda &= \tanh \gamma l, \quad s = \sinh \gamma l, \quad \gamma = j\beta \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$\gamma$  は線路の伝搬定数,  $l$  はその長さで、伝送の中心周波数で四分の一波長にとる。

ポート  $a1, a2$  および  $b1, b2$  はそれぞれたがいに分離されるべき一組のポートである。図 1, 式 (1) では  $a1, a2, b1, b2$  の番号を 1, 2, 3, 4 としている。そうすれば、この回路は図 2 のように  $a$  端に二

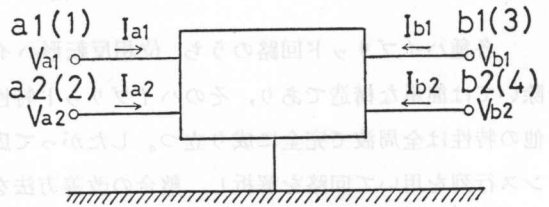


図 2 一般の (2, 2) ポート

Fig. 2. General (2, 2)-port.

つ,  $b$  端にも二つのポートを持つ (2, 2) ポート回路網となる。図 2 の回路のアドミタンス行列は

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y} &= \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} \\ Y_{ba} & Y_{bb} \end{bmatrix}, \\ Y_{aa} &= \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12} & Y_{22} \end{bmatrix}, \quad Y_{ab} = \begin{bmatrix} Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{23} & Y_{24} \end{bmatrix} \\ Y_{ba} &= \begin{bmatrix} Y_{13} & Y_{23} \\ Y_{14} & Y_{24} \end{bmatrix}, \quad Y_{bb} = \begin{bmatrix} Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{34} & Y_{44} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

となる。この (2, 2) ポートの映像アドミタンスは

$$\left. \begin{aligned} Y_{0a} &= (Y_{aa} Z_{aa})^{\frac{1}{2}} Z_{aa}^{-1} \\ Y_{0b} &= (Y_{bb} Z_{bb})^{\frac{1}{2}} Z_{bb}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

で与えられる。ここで  $Z$  はインピーダンス行列で

$$\left. \begin{aligned} Z &= \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} \\ Z_{ba} & Z_{bb} \end{bmatrix} = Y^{-1} \\ Z_{aa} &= \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{bmatrix}, & Z_{ab} &= \begin{bmatrix} Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{23} & Z_{24} \end{bmatrix} \\ Z_{ba} &= \begin{bmatrix} Z_{13} & Z_{23} \\ Z_{14} & Z_{24} \end{bmatrix}, & Z_{bb} &= \begin{bmatrix} Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{34} & Z_{44} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

これと双対な考え方は、映像インピーダンス行列でつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} Z_{0a} &= (Z_{aa} Y_{aa})^{\frac{1}{2}} Y_{aa}^{-1} \\ Z_{0b} &= (Z_{bb} Y_{bb})^{\frac{1}{2}} Y_{bb}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ただし  $Y_{aa} = Z_{aa}^{-1}, \quad Y_{bb} = Z_{bb}^{-1}$

$Z_{aa}, Z_{bb}$  は短絡インピーダンス行列の左上隅の 2 行 2 列の行列である。

図 1 の回路について考えれば

$$Y_{12} = Y_{34} = 0, \quad Y_{11} = Y_{33}, \quad Y_{22} = Y_{44} \quad (6)$$

であり、一般化した Rat Race 回路と全く同様な関係にある。したがって分離された終端アドミタンスに整合できるためには、Rat Race 回路の場合と同様に、 $Y_{aa}, Y_{bb}$  が対角化されているから、 $Z_{aa}, Z_{bb}$  すなわち開放アドミタンス行列  $Y_{af}$  の左上隅の 2 行 2 列の行列が対角化されればよい。入力アドミタンス行列の要素は

$$\left. \begin{aligned} Y_{af11} &= Y_{11} - \frac{Y_{13}^2}{Y_{33} + Y_{3l}} - \frac{Y_{14}^2}{Y_{44} + Y_{4l}} \\ Y_{af22} &= Y_{22} - \frac{Y_{23}^2}{Y_{33} + Y_{3l}} - \frac{Y_{24}^2}{Y_{44} + Y_{4l}} \\ Y_{af12} &= -\frac{Y_{13} Y_{23}}{Y_{33} + Y_{3l}} - \frac{Y_{14} Y_{24}}{Y_{44} + Y_{4l}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

上式で  $Y_{3l} = Y_{4l} = 0$  とおけば、開放アドミタンス行列が求められ

$$\left. \begin{aligned} Y_{af11} &= Y_{11} - \frac{Y_{13}^2}{Y_{33}} - \frac{Y_{14}^2}{Y_{44}}, \\ Y_{af22} &= Y_{22} - \frac{Y_{23}^2}{Y_{33}} - \frac{Y_{24}^2}{Y_{44}}, \\ Y_{af12} &= -\frac{Y_{13} Y_{23}}{Y_{33}} - \frac{Y_{14} Y_{24}}{Y_{44}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ゆえに分離条件は  $Y_{af12} = 0$  から

$$\frac{Y_{13}}{Y_{33}} + \frac{Y_{24}}{Y_{44}} = 0 \quad (9)$$

ここで  $Y_{23}=Y_{14}$  の関係を用いている。式 (1) を用いて表わせば

$$\frac{Y_1}{Y_1+Y_2} = \frac{Y_3}{Y_2+Y_3} \quad (10)$$

$Y_2 \neq 0$  が普通であるから、

$$Y_1 = Y_3 \quad (11)$$

したがって式 (1) は

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} &= Y_{22} = Y_{33} = Y_{44} = (Y_1 + Y_2) \lambda^{-1} \\ Y_{13} &= -Y_{24} = Y_1 s^{-1}, \\ Y_{14} &= Y_{23} = -Y_2 s^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

開放アドミタンスは

$$\left. \begin{aligned} Y_{af11} &= Y_{af22} = \frac{Y_1^2 + Y_2^2}{Y_1 + Y_2} \lambda + \frac{2Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2} \lambda^{-1} \\ Y_{af12} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

すなわち全周波数帯域で分離が成立する。また影像アドミタンス行列は

$$\mathbf{Y}_{0a} = \mathbf{Y}_{0b} = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + 2Y_1 Y_2 \lambda^{-2}} \mathbf{1}_2 \quad (14)$$

ただし  $\mathbf{1}_2$  は 2 行 2 列の単位行列を表わす。式 (14) は  $\mathbf{Y}_{0a}$  の両要素とも  $\pi$  端高域通過形ろ波器の影像アドミタンスと同様な形であり、両方のポートからの伝送状態が高域通過形であることを示す。中心周波数  $f_0$  では  $\lambda = \infty$  となり、 $\mathbf{Y}_{0a11}$  の中心周波数における極限值を求めると

$$(\mathbf{Y}_{0a11})_{f0} = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2} \quad (15)$$

しかし、厳密には、 $f_0$  では不定である。式 (14) の値の実数と虚数との分岐点がしゃ断周波数である。 $\lambda = j\Omega$  とおくと

$$\Omega_c = \pm \sqrt{\frac{2Y_1 Y_2}{Y_1^2 + Y_2^2}} \quad (16)$$

となり、 $\Omega_c$  の正値は  $f_0$  より低い方のしゃ断周波数、負値は  $f_0$  より高い方のしゃ断周波数を与える。

$$Y_2 = k Y_1 \quad (17)$$

とおくと

$$|\Omega_c| = \sqrt{2k/(1+k^2)} \quad (18)$$

となり、 $k=1$  で  $\Omega_c$  が最大となる。すなわちこのとき通過域は最も狭く、 $45^\circ$  から  $135^\circ$  の電気角の範囲内にある。 $k>1$  または  $k<1$  とすれば、通過域は広くなる。

出力電圧比は式 (12), (14) が成立すれば

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right)_{a1} &= \frac{Y_{13}}{Y_{23}} \frac{Y_{44} + Y_{4l}}{Y_{33} + Y_{3l}} = \frac{Y_{13}}{Y_{23}} = \frac{-Y_1}{Y_2} \\ \left( \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right)_{a2} &= \frac{Y_{14}}{Y_{24}} \frac{Y_{44} + Y_{4l}}{Y_{33} + Y_{3l}} = \frac{Y_{14}}{Y_{24}} = \frac{Y_2}{Y_1} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

出力電力比は

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{W_{b1}}{W_{b2}} \right)_{a1} &= \left| \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right|_{a1}^2 \frac{Y_{3l}}{Y_{4l}} = \frac{Y_1^2}{Y_2^2} \\ \left( \frac{W_{b1}}{W_{b2}} \right)_{a2} &= \left| \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right|_{a2}^2 \frac{Y_{3l}}{Y_{4l}} = \frac{Y_2^2}{Y_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

上式で括弧の外の添字は入力ポートを表わす。式(19)、(20)はいずれも周波数に無関係に一定になり、出力電圧位相差も式(19)より、同様に周波数に関係なく一定である。また出力電力比を1:1にするには  $Y_1 = Y_2$  としなければなら

ない。

以上のように分離した等しいアドミタンスで終端するときは、分離、出力電力比、出力電圧位相差は全周波数で完全であり、整合のみ周波数特性をもつことが分かる。中心周波数以外の周波数で整合をとれば、反射係数の周波数特性は双峰的となる。例えば  $Y_1 = Y_2 = Y_3 = Y_0$  としたとき、中心周波数における影像アドミタンスの極限值は式(15)により  $Y_{0a} = Y_{0b} = \sqrt{2} Y_0$  となる。このとき終端アドミタンス  $Y_l = Y_{3l} = Y_{4l}$  を (1)  $\sqrt{2} Y_0$ , (2)  $0.8\sqrt{2} Y_0$ , (3)  $Y_0$  としたときの電圧反射係数の周波数(電気角)特性を図3に示す。電圧反射係数を求める式は

$$\rho_1 = \rho_2 \cong \left| \frac{Y_l - Y_{at11}}{Y_l + Y_{at11}} \right| \quad (21)$$

による。≅ のうち等号は中心周波数で、～はその近傍で成り立つことを意味する。以下、これと同じ意味で用いる。

### 3. 直列リアクタンス補償

式(14)で示したように原回路の影像イミタンスは、 $\pi$  端高域通過形ろ波器のそれと同様であるから、そのシャ断周波数を低くして広帯域化するためには、ろ波器の概念と同様に分路サセプタンスを大にするか、直列リアクタンスを大にできればよい。しかし前者の方法は外部からこれを補うことは不能であり、後者については分布容量を各ポートに直列に挿入することに

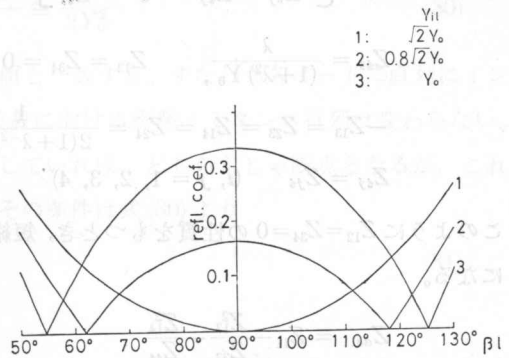


図3 理想位相反転形ハイブリッド・リングの反射特性 ( $Y_1 = Y_2 = Y_3 = Y_0$ )

Fig. 3. Reflection characteristics of the ideal reverse-phase hybrid ring. ( $Y_1 = Y_2 = Y_3 = Y_0$ )

より達成できる。その準備として図1(a)の回路において  $Y_1=Y_2=Y_3=Y_0$  とおき、この回路のアドミタンス行列  $\mathbf{Y}$  およびその逆行列であるインピーダンス行列  $\mathbf{Z}$  を求めるとつぎのようになる。

$$\mathbf{Y} = Y_0 \begin{bmatrix} 2\lambda^{-1} & 0 & s^{-1} & -s^{-1} \\ 0 & 2\lambda^{-1} & -s^{-1} & -s^{-1} \\ s^{-1} & -s^{-1} & 2\lambda^{-1} & 0 \\ -s^{-1} & -s^{-1} & 0 & 2\lambda^{-1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{ii} & 0 & -Z_{ij} & Z_{ij} \\ 0 & Z_{ii} & Z_{ij} & Z_{ij} \\ -Z_{ij} & Z_{ij} & Z_{ii} & 0 \\ Z_{ij} & Z_{ij} & 0 & Z_{ii} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_{ii} &= \frac{\lambda}{(1+\lambda^2)Y_0}, & Z_{12} &= Z_{34} = 0 \\ -Z_{13} &= Z_{23} = Z_{14} = Z_{24} = \frac{1}{2(1+\lambda^{-2})Y_0 s} \\ Z_{ij} &= Z_{ji} \quad (i, j = 1, 2, 3, 4) \end{aligned} \right\}$$

このように  $Z_{12}=Z_{34}=0$  の性質をもつとき、短絡インピーダンス行列  $\mathbf{Z}_{as}$  の各要素はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} Z_{as11} &= Z_{11} - \frac{Z_{13}^2}{Z_{33}} - \frac{Z_{14}^2}{Z_{44}} \\ Z_{as22} &= Z_{22} - \frac{Z_{23}^2}{Z_{33}} - \frac{Z_{24}^2}{Z_{44}} \\ Z_{as12} &= -\frac{Z_{13}Z_{23}}{Z_{33}} - \frac{Z_{13}Z_{24}}{Z_{44}} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

いま考えている回路のように伝送対称な場合は  $Z_{14}=Z_{23}$  であり、 $Z_{as12}=0$  の分離条件は

$$\frac{Z_{13}}{Z_{33}} + \frac{Z_{24}}{Z_{44}} = 0 \quad (25)$$

式(23)より、この条件は常に満足する。このとき

$$Z_{as11} = Z_{as22} = Z_{ii} - 2\frac{Z_{ij}^2}{Z_{ii}}, \quad Z_{as12} = 0 \quad (26)$$

となる。ゆえに影像インピーダンス行列は対角行列となり、その対角要素は

$$\begin{aligned} Z_{0a11} &= Z_{0a22} = \sqrt{Z_{ii} \left( Z_{ii} - \frac{2Z_{ij}^2}{Z_{ii}} \right)} \\ &= \sqrt{Z_{ii}^2 - 2Z_{ij}^2} \end{aligned} \quad (27)$$

図4に示すように、各ポートに等しいインピーダ

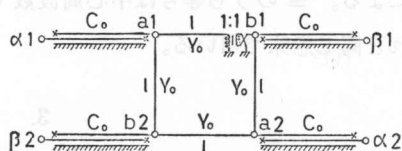


図4 理想ハイブリッド・リングのリアクタンス補償

Fig. 4. Reactance compensation of the ideal reverse-phase hybrid ring. ( $Y_1=Y_2=Y_3=Y_0$ )

ンス  $1/(\lambda C_0)$  を加えても、インピーダンス行列の対角要素のみが変化して、非対角要素は不変であるから、式 (25) で与えられる分離条件をやはり満足する。対角要素は

$$Z_{ii}^{(c)} = \frac{Y_0 + (C_0 + Y_0)\lambda^2}{\lambda C_0(1 + \lambda^2)Y_0} \cong \frac{C_0 + Y_0}{C_0 Y_0 \lambda} \quad (28)$$

短絡インピーダンス行列の対角要素は

$$Z_{asii}^{(c)} = \frac{Y_0 + (C_0 + Y_0)\lambda^2}{\lambda C_0 Y_0 (1 + \lambda^2)} - \frac{2 \left\{ \frac{s^{-1}}{2Y_0(1 + \lambda^{-2})} \right\}^2}{\frac{Y_0 + (C_0 + Y_0)\lambda^2}{\lambda C_0 Y_0 (1 + \lambda^2)}} \cong \frac{\lambda C_0}{2Y_0(C_0 + Y_0)} \quad (29)$$

ゆえに影像インピーダンス行列の対角要素は

$$Z_{0asii}^{(c)2} = \frac{2Y_0^2 + (2Y_0^2 + 4C_0 Y_0)\lambda^2 + C_0^2 \lambda^4}{2\lambda^2 C_0^2 Y_0^2 (1 + \lambda^2)} \cong \frac{1}{2Y_0^2} \quad (30)$$

この値は式 (14) で  $Y_1 = Y_2$ ,  $\lambda = \infty$  として求めた値と一致する。すなわち各ポートに直列にインピーダンスを付加しても、 $Z_{ii} = 0$  が保たれる周波数における影像イミタンス行列は変わらない。

式 (28) において、分子と分母の零点が分離していれば、どちらもしゃ断点となるが、これを一致させれば相殺してしゃ断点でなくなる。その条件は式 (30) より

$$C_0 = 4Y_0 \quad (31)$$

と求められ、そのとき

$$Z_{0asii}^{(c)2} = \frac{1 + 8\lambda^2}{16Y_0^2 \lambda^2} \quad (32)$$

式 (32) よりしゃ断周波数 (電気角) は約  $19^\circ 30' \sim 160^\circ 30'$  となり、補償前のときの  $45^\circ \sim 135^\circ$  と比較して大幅に通過域が広がる。補償後の回路で、補償用の直列分布容量を終端インピーダンスの一部と見なせば

$$Z'_{3l} = \frac{1}{Y'_{3l}} = \frac{1}{\sqrt{2} Y_0} + \frac{1}{\lambda C_0} \quad (33)$$

となり、a1 ポートにおける入力アドミタンスは

$$Y_{a11} = Y_{11} - \frac{2Y_{13}^2}{Y_{33} + Y'_{3l}} = Y_{11} - \frac{2Y_{13}^2(\bar{Y}'_{3l} - Y_{33})}{|Y_{33} + Y'_{3l}|^2} \quad (34)$$

ただし  $\bar{Y}'_{3l}$  の中の記号  $-$  は共役複素量を表わす。

式 (34) より

$$-2Y_{13}^2 = |Y_{33} + Y'_{3l}|^2 \quad (35)$$

ならば

$$Y_{a11} = \bar{Y}'_{3l} = \bar{Y}'_{1l} \quad (36)$$

となり、a1 ポートで複素的に完全整合がとれる。式 (35) は完全整合条件である。 $\beta l = \pi/2 - \delta$  と

おき,  $Y_1=Y_2=Y_3=Y_0$  の条件下で式 (1) の  $Y_{33}$ ,  $Y_{13}$  の値を式 (35) に代入すると

$$\left. \begin{aligned} 2Y_0^2 \sec^2 \delta &= |\operatorname{Re} Y'_{3l} + \operatorname{Im} (Y'_{3l} - 2Y_0 \tan \delta)|^2 \\ \text{ただし } Y'_{3l} &= Z_{3l}^{-1} = \left( \frac{1}{\sqrt{2} Y_0} - j \frac{1}{C_0} \tan \delta \right)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

中心周波数  $f_0$  では  $\delta=0$  で, 式 (37) は成立する。中心周波数のごく近傍では, 式 (37) は

$$\left. \begin{aligned} (4Y_0^2 + 4Y_0 C_0 - C_0^2) \cos^4 \delta - (6Y_0^2 + 4Y_0 C_0 - C_0^2) \cos^2 \delta + 2Y_0^2 \\ \div C_0^2 - 4C_0 Y_0 - 2Y_0^2 + \delta^2 (C_0^2 - 4Y_0 C_0 - 4Y_0^2) \div C_0^2 - 4C_0 Y_0 - 2Y_0^2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

となり, これより

$$C_0 = (2 + \sqrt{6}) Y_0 \cong 4.44949 Y_0 \quad (39)$$

が maximally flat の特性を与える条件である。これを臨界補償と称し, これより小さい値の  $C_0$  を用いれば  $f_0$  の上下に完全整合点ができる。これを過補償と称する。臨界補償の  $C_0$  の値より大きな値で補償しても, 完全整合点は中心周波数であり, これを不足補償と称する。過補償のときの整合条件は, 式 (37) をそのまま用いる必要があり,  $\tan \beta l = \Omega$  とおけば式 (37) は

$$\left. \begin{aligned} \frac{2Y_0^2}{\sin^2 \beta l} (2Y_0^2 + C_0^2 \tan \beta l) \\ = 4Y_0^2 C_0^2 + 2Y_0^2 \tan^2 \beta l (C_0^2 - 4C_0 Y_0 \cot^2 \beta l + 4Y_0^2 \cot 4\beta l) \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

より

$$\Omega^2 = \frac{2Y_0^2}{2Y_0^2 + 4C_0 Y_0 - C_0^2} \quad (41)$$

これを用いて

$$\left. \begin{aligned} C_0 = 4Y_0 \text{ では } \Omega^2 = 1 \quad \text{すなわち } \beta l = 45^\circ, 135^\circ \\ C_0 = 2Y_0 \text{ では } \Omega^2 = 1/3 \quad \text{すなわち } \beta l = 30^\circ \\ C_0 = Y_0 \text{ では } \Omega^2 = 0.4 \quad \text{すなわち } \beta l \cong 32.3^\circ \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

として完全分離の周波数 (電気角) が与えられる。式 (41) から求めた  $Y_0/C_0$  と完全分離の周波数 (電気角  $\beta_m l$ ) の関係を図 5 に示す。

また  $C_0=Y_0$ ,  $2Y_0$ ,  $4Y_0$  および臨界補償値のときの電圧反射係数の周波数特性を図 6(a)~(d) に示す。図 5, 図 6 より完全分離周波数 (電気角  $\beta_m l$ ) は  $C_0=2Y_0$  のとき最小であり, 有効帯域幅は 130% 以上になる。分布容量  $C_0$  が小さすぎると, 有効帯域幅はかえって狭くなる。

ここで考えた直列分布容量  $C_0$  の実現法

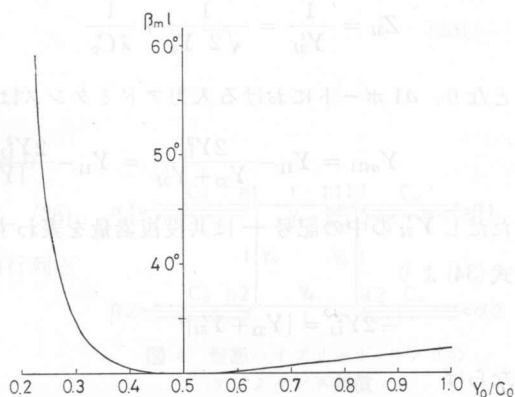


図 5 完全整合点の  $C_0$  による変化

Fig. 5. Change of the point of perfect matching as a function of  $C_0$ .



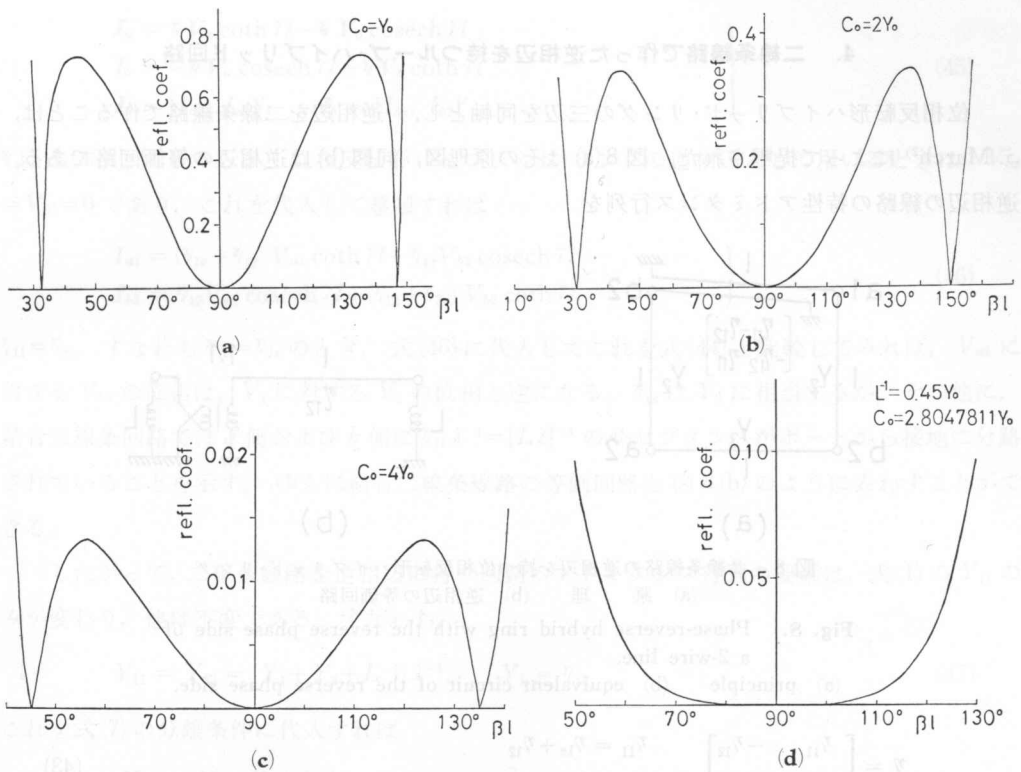


図 6  $C_0$  により補償した位相反転形ハイブリッド・リングの反射特性

(a)  $C_0 = Y_0$ , (b)  $C_0 = 2Y_0$ , (c)  $C_0 = 4Y_0$ , (d)  $C_0$ : 臨界補償

Fig. 6. Reflection characteristics of the reverse-phase hybrid ring compensated with  $C_0$ .

(a)  $C_0 = Y_0$ , (b)  $C_0 = 2Y_0$ , (c)  $C_0 = 4Y_0$ , (d)  $C_0$  for critical compensation.

であるが、純粋なものを作ることができない。それは両電極の導体が対地容量をもつからである。しかしハイブリッド回路と終端装置との間に伝送線路があれば、それと組み合わせて実現することができる。一つの実現形は図 7(a) の二重同軸線路、いま一つは図 7(b) の二線条線路によるものである。いずれの場合も導体 I は近端をハイブリッド回路に接続して、遠端を開放し、導体 II は近端を開放し遠端を終端装置に接続し、導体 III はしゃ蔽体であり接地する。このときそれらの等価回路は図 7(a'), (b') のようになり、設計を適当にすれば、ハイブリッド回路から見て、終端抵抗に直列容量が入った形になる。

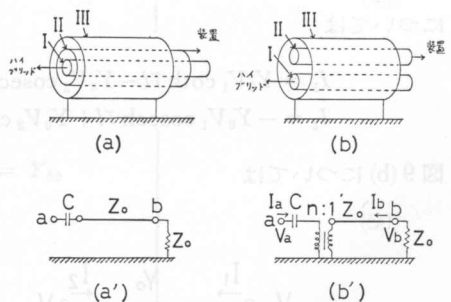


図 7 直列分布容量の実現方法

(a), (a') 2 重同軸線路と等価回路

(b), (b') 2 線条線路と等価回路

Fig. 7. Realization of an in series distributed capacitance.

(a), (a') double-coaxial line and its equivalent circuit.

(b), (b') 2-wire line and its equivalent circuit.

#### 4. 二線条線路で作った逆相辺を持つループ・ハイブリッド回路

位相反転形ハイブリッド・リングの三辺を同軸とし、逆相辺を二線条線路で作ることは、J. March<sup>2)</sup> によって提唱された。図 8(a) はその原理図、同図 (b) は逆相辺の等価回路である。逆相辺の線路の特性アドミタンス行列を

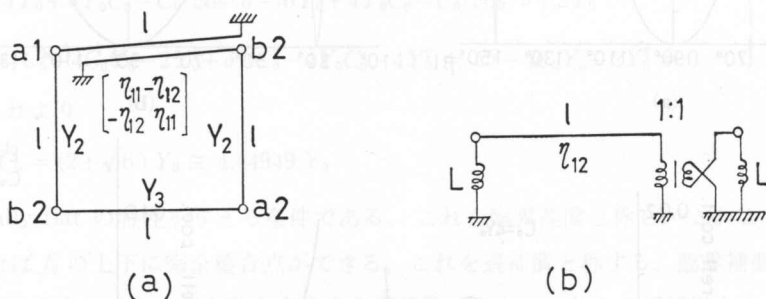


図 8 2 線条線路の逆相辺を持つ位相反転形ハイブリッド・リング

(a) 原理 (b) 逆相辺の等価回路

Fig. 8. Phase-reverse hybrid ring with the reverse phase side of a 2-wire line.

(a) principle (b) equivalent circuit of the reverse phase side.

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_{11} & -\eta_{12} \\ -\eta_{12} & \eta_{22} \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \eta_{11} &= \eta_{1e} + \eta_{12} \\ \eta_{22} &= \eta_{2e} + \eta_{12} \end{aligned} \quad (43)$$

とする。

逆相辺の動作を考えるため、図 9 を参照されたい。図 9(a) は特性アドミタンス  $Y_0$  を持ち線路長  $l$  の一般の分布定数回路、同図 (b) は結合二線条線路で、両者を比較してみる。図 9(a) については

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= Y_0 V_1 \coth \gamma l - Y_0 V_2 \operatorname{cosech} \gamma l \\ I_2 &= -Y_0 V_1 \operatorname{cosech} \gamma l + Y_0 V_2 \coth \gamma l \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

図 9(b) については

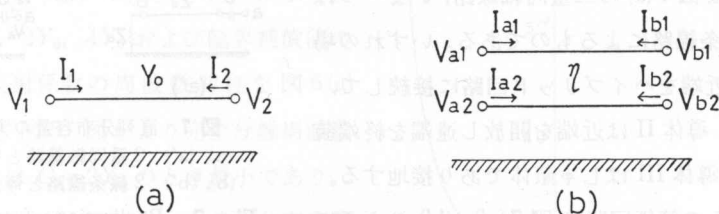


図 9 一般分布定数回路と結合 2 線条線路の比較

(a) 一般分布定数回路 (b) 結合 2 線条線路

Fig. 9. Comparison between a general distributed circuit and the coupled 2-wire line.

(a) general distributed circuit (b) coupled 2-wire line.

$$\left. \begin{aligned} I_a &= \eta V_a \coth \gamma l - \eta V_b \operatorname{cosech} \gamma l \\ I_b &= -\eta V_a \operatorname{cosech} \gamma l + \eta V_b \coth \gamma l \\ I_a &= [I_{a1}, I_{a2}]', \quad I_b = [I_{b1}, I_{b2}]' \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

$\eta$  は式 (43) と同じである。位相反転形ハイブリッド・リングの逆相辺として用いるときは、 $V_{a2} = V_{b1} = 0$  であり、これを代入して整頓すれば

$$\left. \begin{aligned} I_{a1} &= (\eta_{1e} + \eta_{12}) V_{a1} \coth \gamma l + \eta_{12} V_{b2} \operatorname{cosech} \gamma l \\ I_{b2} &= \eta_{12} V_{a1} \operatorname{cosech} \gamma l + (\eta_{12} + \eta_{2e}) V_{b2} \coth \gamma l \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

$\eta_{11} = \eta_{22}$ , すなわち  $\eta_{1e} = \eta_{2e}$  のとき、式 (46) に代入してこれを式 (44) と比較してみれば、 $V_{a1}$  に対する  $V_{b2}$  の位相は、 $V_1$  に対する  $V_2$  の位相と逆になる。 $\eta_{12}$  は  $Y_0$  に相当するが、その他に、結合二線路回路では  $a$  側および  $b$  側に  $\eta_{1e} \lambda^{-1} = [L\lambda]^{-1}$  のサセプタンスがポートから接地に分路されていることを示す。ゆえに結合二線路線路の等価回路を図 8(b) のように表わすことができる。

したがって、二線路線路を逆相辺に持つ回路のアドミタンス行列の要素は、式 (1) の  $Y_{11}$  のみが変わり、他は不変である。すなわち、

$$Y_{11} = Y_{33} = (Y_1 + Y_2 + L^{-1}) \lambda^{-1}, \quad Y_{12} = Y_{21} \quad (47)$$

これを式 (7) の分離条件に代入すれば

$$\frac{Y_1}{Y_3} = \frac{Y_1 + Y_2 + L^{-1}}{Y_2 + Y_3} \quad (48)$$

これから

$$\left. \begin{aligned} Y_3 &= Y_1 Y_2 / (Y_2 + L^{-1}) \\ \therefore L^{-1} &= \frac{Y_2 (Y_1 - Y_3)}{Y_3} \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

ゆえに  $Y_1 > Y_3$  が必要である。このとき

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_{aa} &= \lambda^{-1} \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 + L^{-1} & 0 \\ 0 & Y_2 + \frac{Y_1 Y_2}{Y_2 + L^{-1}} \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_{bb} \\ \mathbf{Y}_{ab} &= s^{-1} \begin{bmatrix} Y_1 & -Y_2 \\ -Y_2 & -\frac{Y_1 Y_2}{Y_2 + L^{-1}} \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_{ba} \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{af11} &= \left[ (Y_1 + Y_2 + L^{-1}) - \frac{Y_1^2 + Y_2^2 + Y_2 L^{-1}}{Y_1 + Y_2 + L^{-1}} \right] \lambda^{-1} + \frac{Y_1^2 + Y_2^2 + Y_2 L^{-1}}{Y_1 + Y_2 + L^{-1}} \lambda \\ Y_{af22} &= Y_{af11} \frac{Y_2}{Y_2 + L^{-1}} \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

また

$$Y_{22} = Y_{44} = Y_{33} \frac{Y_2}{Y_2 + L^{-1}} \quad (52)$$

したがって影像アドミタンス行列は対角化され、その対角要素は—

$$\left. \begin{aligned} Y_{0a11} &= \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + Y_2 L^{-1} + (Y_2 + L^{-1})(2Y_1 + L^{-1}) \lambda^{-2}} \\ Y_{0a22} &= \frac{Y_2}{Y_2 + L^{-1}} Y_{0a11} < Y_{0a11} \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

$Y_{0a11}$ ,  $Y_{0a22}$  もやはり高域通過形となり、そのしゃ断周波数は

$$\Omega'_c = \pm \sqrt{\frac{(Y_2 + L^{-1})(2Y_1 + L^{-1})}{Y_1^2 + Y_2^2 + Y_2 L^{-1}}} \quad (54)$$

となる。この  $\Omega'_c$  を式 (16) の  $\Omega$  と比較すれば、 $L^{-1} > 0$  である限り  $\Omega_c$  より大きくなり、通過域が狭くなる。 $Y_{0a11}$ ,  $Y_{0a22}$  に等しく終端アドミタンス  $Y_{3l}$ ,  $Y_{4l}$  をとれば、整合は満足されるが、出力電圧比、出力電力比は

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right)_{a1} &= \frac{Y_{11}}{Y_{14}} \frac{Y_{44} + Y_{4l}}{Y_{33} + Y_{3l}} = - \frac{Y_1}{Y_2 + L^{-1}} \\ \left( \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right)_{a2} &= \frac{Y_{23}}{Y_{24}} \frac{Y_{22} + Y_{4l}}{Y_{33} + Y_{3l}} = \frac{Y_2}{Y_1} \\ \left( \frac{W_{b1}}{W_{b2}} \right)_{a1} &= \left| \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right|_{a1}^2 \frac{Y_{3l}}{Y_{4l}} = \frac{Y_1^2}{Y_2(Y_2 + L^{-1})} \\ \left( \frac{W_{b1}}{W_{b2}} \right)_{a2} &= \left| \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right|_{a2}^2 \frac{Y_{3l}}{Y_{4l}} = \frac{Y_2(Y_2 + L^{-1})}{Y_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

となり、出力電力比は  $a1$  ポート入力と  $a2$  ポート入力の場合で逆数になる。したがってこれを 1:1 にするには

$$Y_1^2 = Y_2(Y_2 + L^{-1}) \quad (56)$$

のように選ばなければならない。

以上の考察から  $Y_1$  を基準アドミタンスとしてこれを  $Y_0$  とし、分離と出力電力等配分の条件が成立するように、 $Y_2 = 0.8 Y_0$ ,  $L^{-1} = 0.45 Y_0$  とすれば、 $Y_3 = 0.64 Y_0$ ,  $\eta_{1l} = 0.45 Y_0$ ,  $\eta_{12} = Y_0$ ,  $\eta_{11} = 1.45 Y_0$  を得る。このとき中心周波数における影像アドミタンスの値は式 (53) より、 $Y_{0a11} = Y_{0b11} = \sqrt{2} Y_0$ ,  $Y_{0a22} = Y_{0b22} = 0.64 Y_0$  となる。影像アドミタンスは高域通過形ろ波器の  $\pi$  端特性を示しているから、 $Y_{0a}$  の値を上に乗めた値より小さく、例えば 0.8 倍にすれば、中心周波数からはずれた周波数で完全整合がとれる。その結果を図 10 に示す。このときの電圧反射係数はつぎの式により求めている。

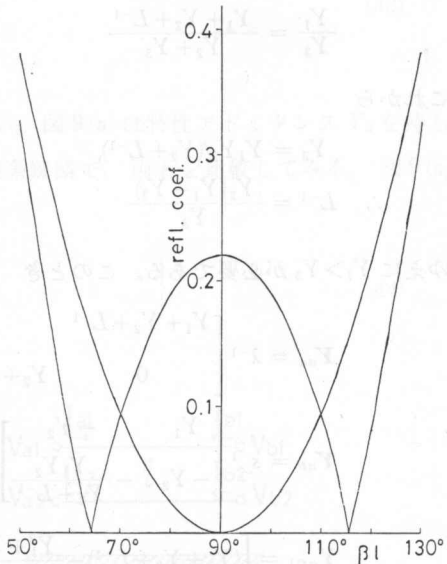


図 10 結合 2 線条線路を逆相辺にもつ位相反転形ハイブリッド・リングの反射特性

Fig. 10. Reflection characteristics of the reverse-phase hybrid ring with the reverse phase side of a distributed 2-wire line.

$$\rho = \left| \frac{\bar{Y}_{af11} - Y_{1l}}{Y_{af11} + Y_{1l}} \right|, \quad Y_{af11} = Y_{11} - \frac{2Y_{13}^2}{Y_{33} + Y_{3l}}$$

$$Y_{11} = Y_{33} = -j2.25 \tan \delta, \quad Y_{13} = -j \sec \delta.$$

$$Y_{22} = Y_{44} = -j1.44 \tan \delta, \quad \delta = 90^\circ - \beta l.$$

$$Y_{1l} = Y_{3l} = \sqrt{2} Y_0, 0.8\sqrt{2} Y_0, \quad Y_{2l} = Y_{4l} = 0.64\sqrt{2} Y_0, 0.512\sqrt{2} Y_0,$$

$Y_{1l} = 0.8\sqrt{2} Y_0$ ,  $Y_{2l} = 0.512\sqrt{2} Y_0$  のときは,  $Y_{11}^2 - 2Y_{13}^2 - Y_{3l}^2 = 0$ , すなわち  $-2.25^2 \tan^2 \delta + 2 \sec^2 \delta - 1.28 = 0$  より,  $\delta = 25^\circ 52'$ ,  $\beta l = 64^\circ 08'$ , で  $\rho = 0$  となる。

### 5. 二線条線路を逆相辺に用いた位相反転形ハイブリッド・リングの補償

前章で述べたように逆相辺に二線条線路を用いると, その両端に分布インダクタンスが分路して入ることになり, 終端イミタンスを等しくできない。終端イミタンスを等しくするには, 図 11 のように逆相辺の対向辺の両端のポートにも同じ等価分布インダクタンスを分路して入れることである。

このとき

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} &= Y_{33} = Y_{22} = Y_{44} = (Y_1 + Y_2 + L^{-1}) \lambda^{-1}, \\ -Y_{13} &= Y_{24} = -Y_1 s^{-1}, \quad Y_{14} = Y_{23} = -Y_2 s^{-1}, \\ Y_{af11} &= Y_{af22} \\ &= \frac{L^{-2} + 2(Y_1 Y_2 + Y_1 L^{-1} + Y_2 L^{-1}) + \lambda^2 (Y_1^2 + Y_2^2)}{(Y_1 + Y_2 + L^{-1}) \lambda} \\ &\cong \frac{Y_1^2 + Y_2^2}{Y_1 + Y_2 + L^{-1}} \lambda \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

分離条件は

$$-Y_{13}/Y_{24} = Y_{33}/Y_{44} = 1, \quad \therefore -Y_{13} = Y_{24} \quad (58)$$

これは全周波数帯域にわたって成立する。

$$\begin{aligned} \therefore Y_{0a} &= Y_{0b} = \sqrt{\{L^{-2} + 2(Y_1 Y_2 + Y_1 L^{-1} + Y_2 L^{-1})\} \lambda^{-2} + (Y_1^2 + Y_2^2)} \mathbf{1}_2 \\ &\cong \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2} \mathbf{1}_2 \end{aligned} \quad (59)$$

出力電圧比は

$$\left( \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right)_{a1} = -\frac{Y_1}{Y_2} \quad (60)$$

この大きさを 1 にするには  $Y_1 = Y_2$  が必要である。このとき  $Y_{0all} = Y_{0bll} = \sqrt{2} Y_1$  となる。

例として  $Y_1 = Y_2 = 1$ ,  $L^{-1} = 0.45$  にとれば, 終端アドミタンスが  $\sqrt{2}$  のとき中心周波数  $f_0$  で完全整合となるが, それより小さい  $Y_{3l}$  をとれば,  $f_0$  以外の周波数で完全整合を得る。図 12 には  $Y_l = \sqrt{2}, 0.8\sqrt{2}, 1.0$  のときの反射係数を示している。

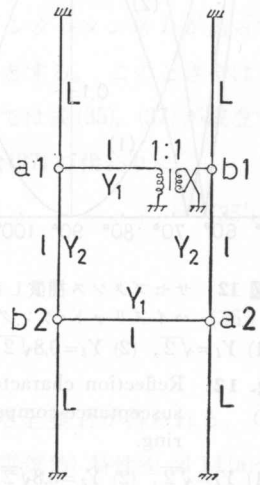


図 11 サセプタンス補償した位相反転形ハイブリッド・リング

Fig. 11. Reverse-phase hybrid ring with susceptance-compensation.

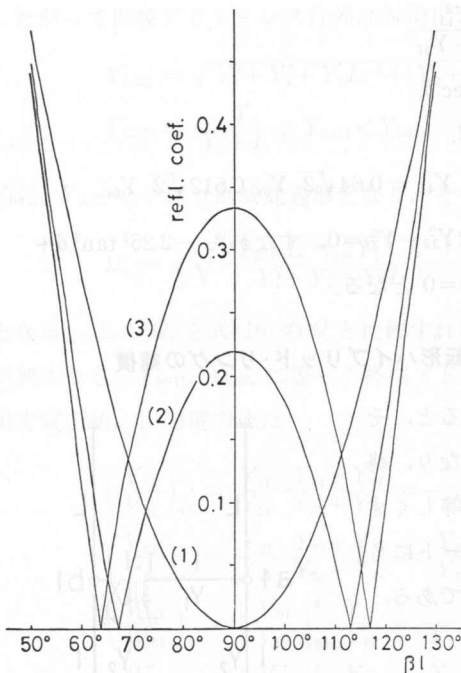


図 12 サセプタンス補償した位相反転形ハイブリッド・リングの反射特性  
(1)  $Y_l = \sqrt{2}$ , (2)  $Y_l = 0.8\sqrt{2}$ , (3)  $Y_l = 1$

Fig. 12. Reflection characteristics of the susceptance-compensated hybrid ring.

(1)  $Y_l = \sqrt{2}$ , (2)  $Y_l = 0.8\sqrt{2}$ , (3)  $Y_l = 1$

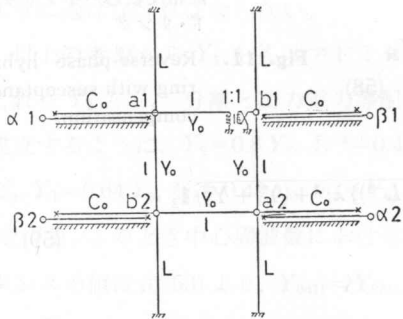
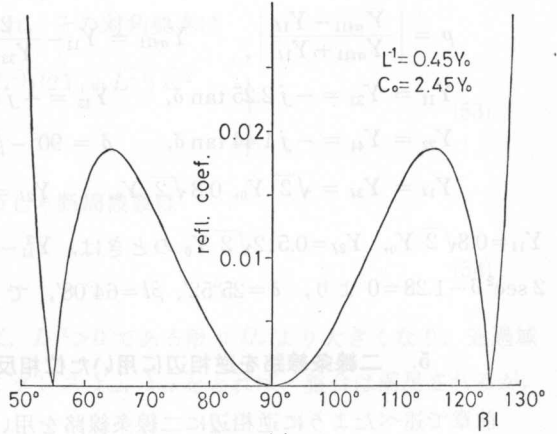
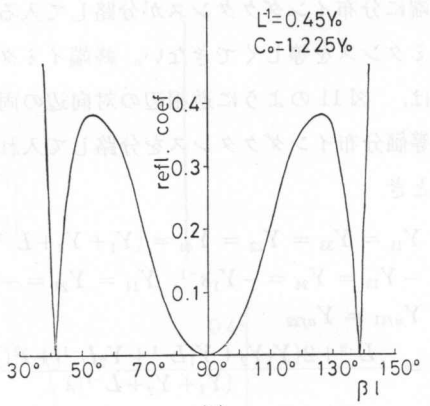


図 13 サセプタンス補償位相反転形ハイブリッド・リングのリアクタンス補償

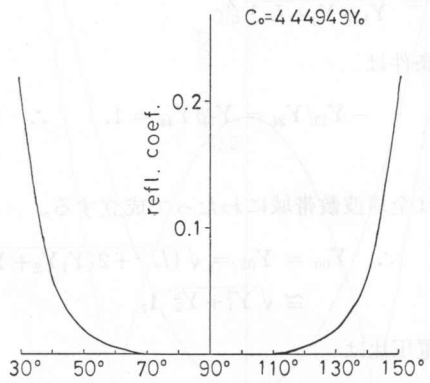
Fig. 13. Reactance-compensation of the susceptance-compensated reverse-phase hybrid ring.



(a)



(b)



(c)

図 14 サセプタンス、リアクタンス複合補償の位相反転形ハイブリッド・リングの反射特性

(a)  $C_0 = 2.45 Y_0$ , (b)  $C_0 = 1.225 Y_0$ , (c)  $C_0$ : 臨界補償

Fig. 14. Reflection characteristics of the susceptance, reactance compound-compensated reverse-phase hybrid ring.

(a)  $C_0 = 2.45 Y_0$  (b)  $C_0 = 1.225 Y_0$   
(c)  $C_0$  for critical compensation.

分路サセプタンス補償をした回路にも、さらに直列分布容量  $C_0$  を挿入して、シャ断周波数を下げ、広帯域化することが考えられる。図 13 で補償用分布容量  $C_0$  も終端インピーダンスの一部と考えれば

$$Y_L = \frac{1}{r + \frac{1}{\lambda C_0}} \quad (61)$$

第 2 章で述べたように、 $C_0$  を入れても中心周波数での影像イミタンスは変わらないので、整合をとるために

$$r = \frac{1}{\sqrt{2} Y_0} \quad (62)$$

とする。また式 (35) の複素的に完全整合となる条件は、分路分布インダクタンス  $L$  があっても成立する。ただし  $Y_{33}$  は分路分布インダクタンス  $L$  を含めたものとする。このときやはり式 (36) が成立し、各ポートで完全整合が得られる。中心周波数の近傍では式 (35), (37) が成立するが、 $Y_{33}$  の値は  $L^{-1} = 0.45 Y_0$  としたとき  $2.45 Y_0 \lambda^{-1}$  となるから、式 (37) の代わりに

$$2Y_0^2 \sec^2 \delta = |\operatorname{Re} Y'_{3L} + \operatorname{Im}(Y'_{3L} - 2.45 Y_0 \tan \delta)|^2 \quad (35')$$

とおき、式 (38) は

$$4.0025 C_0^2 - 9.8 C_0 - 4 = 0 \quad (36')$$

$$\therefore C_0 = 2.8047811 Y_0$$

この値より  $C_0$  が小さいと過補償となり、 $f_0$  以外の他の周波数で完全整合が得られる。 $C_0 = 2.45 Y_0$ ,  $1.225 Y_0$  および臨界補償の場合の電圧反射係数の周波数 (電気角) 特性を図 14 (a)~(c) に示す。

## 6. 結 言

位相反転形ハイブリッド・リングの特性は、整合特性のみ周波数特性を持つ。その改善策を影像イミタンス論に基づいて提案した。すなわち影像アドミタンス行列は周波数の如何にかかわらず対角化されているが、その周波数特性に関しては、高域通過ろ波器の  $\pi$  端的特性を持っている。そのためシャ断周波数を下げて通過域の周波数帯域を広げるには、各ポートに直列に分布容量  $C_0$  を挿入する必要がある。 $C_0$  の挿入によっても、各ポートにおける分離条件は不変である。しかし  $C_0$  の大きさを変化すると整合の周波数特性は変化し、 $C_0$  を小さくすれば、過補償で中心周波数以外の周波数で完全整合が達成される。中心周波数で整合を得るのに必要な  $C_0$  の最小値を臨界値と名付け、臨界補償値以下の過補償で、整合特性は双峰性となる。

位相反転形ハイブリッド・リングの逆相辺の構成法として、二線条線路を用いれば、この回路は等価的に、その両端のポートに等価分布インダクタンス  $L$  が分路されることになる。このため逆相辺の両端のポートにおける影像イミタンスと、他のポートの影像イミタンスが不等

になり、出力電圧比は1にならない。これを補償するには、逆相辺の対向辺の両端のポートに、二線条線路のためにできる等価分布インダクタンスと等しい分布インダクタンスを、分路して挿入することが必要である。

このような分路サセプタンス補償をした位相反転形ハイブリッド・リングの影像イミタンスも、やはり高域通過形の $\pi$ 端と同様な影像イミタンスをもつから、同様に分布容量 $C_0$ を各ポートに直列に接続して、出力等配分を保ちながら帯域幅を拡げることができる。

最後に日頃絶えず御指導を賜わり、御鞭撻して戴いています、本学学長松本秋男先生に厚く御礼申し上げます。

## 文 献

- 1) W. V. Tyminski: A Wide-Band Hybrid Ring for UHF, Proc. IRE, **41-1**, 81 (1953-1).
- 2) S. March: A Wideband Stripline Hybrid Ring, IEEE Trans, **MTT 16-6**, 361 (1968-6).
- 3) N. Nagai and A. Matsumoto: Impedance Transformers, Monograph Series, RIAE, **12**, 31 (1964).