

Rat Race 回路の研究 (その6)

— Rat Race 回路の三峰特性* —

品田 雄治**

(昭和46年9月30日受理)

Triple-humped Characteristics of the Rat Race Circuit

by Yūji SHINADA

On the basis of the image immittance theory of (2,2)-port, several ways of broad-banding the characteristics of the Rat Race circuit are proposed and these are roughly classified into two methods by the frequency at which the matrices of the image immittances are diagonalized; one method is to match the terminal immittances to the image immittances at the center frequency of the transmission, and the other is at the frequencies near the center one. The latter is expected to broadband the characteristics greatly, but at the center frequency the characteristics are remained imperfectly.

By use of the duplex loop hybrid circuit, this paper shows the method of matching at the center frequency and at the same time at frequencies near the center one. For this purpose it is necessary to connect the impedance converter network to the ports, and as a result the characteristics are drastically improved, but the circuit is a little complicated.

1. 緒 言

Rat Race 回路の特性の広帯域化の方法については、(2,2)ポートに拡張した影像イミタンス論を用いて、伝送の中心周波数、またはそれからはずれた特定の周波数において影像イミタンス行列を対角化し、これに合わせて終端イミタンスを用いれば、かなり特性が改善されることを理論的に示した^{1)~3)}。特に中心周波数以外の周波数で対角化された影像イミタンス行列で終端すればその効果が大きい、中心周波数では電圧反射係数も、分離度も完全にはならない。中心周波数でも完全整合、完全分離を得る方法を理論的に示す。

2. Rat Race 重合回路の特性

前報³⁾で報告したように、ループ・ハイブリッド回路が等しい終端イミタンスをとり、特定周波数で完全整合、完全分離と、出力等配分が同時に達成される条件は

* 電子通信学会回路とシステム理論研究会(昭46.7.北見)

** 北見工業大学電気工学科

$$\frac{Y_{13}}{Y_{33}} + \frac{Y_{24}}{Y_{44}} = 0 \tag{1}$$

$$Y_{33} = Y_{44} \tag{2}$$

$$-Y_{13} = Y_{24} \tag{3}$$

ここで用いているアドミタンス行列の要素の値は、特定周波数における値である。図1の重合11l回路においては

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} &= Y_{33} = Y_1 \coth 3\theta + Y_2 \coth \theta \\ Y_{22} &= Y_{44} = (Y_2 + Y_3^{(1)}) \coth \theta + Y_3^{(2)} \coth 5\theta \\ Y_{13} &= -Y_1 \operatorname{cosech} 3\theta, \quad Y_{14} = -Y_2 \operatorname{cosech} \theta \\ Y_{24} &= -Y_3^{(1)} \operatorname{cosech} \theta - Y_3^{(2)} \operatorname{cosech} 5\theta \\ \theta &= \gamma l = j\beta l = j(\pi/2 - \delta) \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

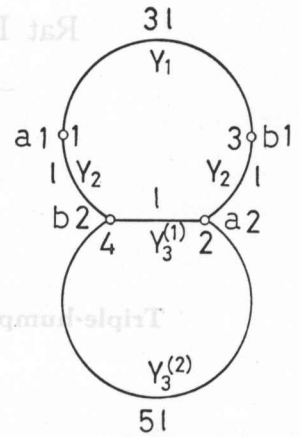


図1 重合11lループ・ハイブリッド回路
Fig. 1. Duplex loop hybrid circuit of loop length 11l.

ただし $5\delta < \pi/2$ であることが、最長辺 $5l$ の線路によりハイブリッド特性を失うことのないために必要である。式(4)の値を分離条件式(1)に代入すれば、

$$\frac{Y_1 \sec 3\delta}{Y_1 \tan 3\delta + Y_2 \tan \delta} = \frac{Y_3^{(1)} \sec \delta + Y_3^{(2)} \sec 5\delta}{(Y_2 + Y_3^{(1)}) \tan \delta + Y_3^{(2)} \tan 5\delta} \tag{5}$$

$$\left. \begin{aligned} Y_2/Y_1 &\equiv k, \quad Y_3^{(1)}/Y_1 \equiv x, \quad Y_3^{(2)}/Y_1 \equiv y, \\ k, x, y &> 0 \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

とおくと式(5)は

$$\frac{\sec 3\delta}{\tan 3\delta + k \tan \delta} = \frac{x \sec \delta + y \sec 5\delta}{(k+x) \tan \delta + y \tan 5\delta} \tag{7}$$

これより $\delta \neq 0$ 、すなわち中心周波数以外でこの条件を満足する関係は直ちに求められるが、中心周波数では $\delta = 0$ であるから、式(7)の両辺は無限大になる。しかし式(7)の極の留数を等置すれば

$$\frac{1}{3+k} = \frac{x+y}{k+x+5y} \tag{8}$$

となり、これより

$$k = (2+k)x - (2-k)y \tag{9}$$

これが中心周波数における分離条件である。また $\delta = \delta_1 (0 < 5\delta_1 < \pi/2)$ を式(7)に代入して

$$k = \left(2 \cos 2\delta_1 + k \frac{\cos 3\delta_1}{\cos \delta_1} \right) x - \left(1 + \frac{\cos 3\delta_1}{\cos 5\delta_1} - k \frac{\cos 3\delta_1}{\cos 5\delta_1} \right) y \tag{10}$$

これは $\delta = \delta_1$ における分離条件である。したがって中心周波数以外の完全分離の特定周波数、すなわち $\delta = \delta_1$ を決めた場合、式(10)の外に式(9)も満足する k, x, y が求められれば、 $\delta = 0, \pm\delta_1$ の3つの周波数で完全分離が成立する。式(9), (10)より

$$\left. \begin{aligned} x &= k \left\{ (2-k) - \left(1 + \frac{\cos 3\delta_1}{\cos 5\delta_1} - k \frac{\cos 3\delta_1}{\cos 5\delta_1} \right) \right\} / \Delta k \\ y &= k \left\{ (2+k) - \left(2 \cos 2\delta_1 + k \frac{\cos 3\delta_1}{\cos \delta_1} \right) \right\} / \Delta k \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ただし

$$\Delta k = (2-k) \left(2 \cos 2\delta_1 + k \frac{\cos 3\delta_1}{\cos \delta_1} \right) - (2+k) \left(1 + \frac{\cos 3\delta_1}{\cos 5\delta_1} - k \frac{\cos 3\delta_1}{\cos 5\delta_1} \right)$$

となるが、 $y > 0$ のためには

$$\Delta k > 0 \quad (12)$$

したがって $x > 0$ のためには式 (11) より

$$k > 1 \quad (13)$$

式 (12), (13) より k のとり得る最小値 k_{\min} を求めうるが、 $\delta_1 = 10^\circ$ とすると

$$k_{\min} \doteq 1.1925809 \quad (14)$$

δ_1 の他の値に対する k_{\min} の値を理論計算した結果を図2に示す。

例として図1の重合11l回路で $\delta_1 = 10^\circ$ すなわち $\beta_1 l = 80^\circ$, $\beta_2 l = 100^\circ$ と、中心周波数、すなわち電気角で $\beta_0 l = 90^\circ$ の3つの周波数で分離が完全になるように設計する。 $k = 1.4$ にとれば式 (11) より

$$x = 0.6512435, \quad y = 1.3570471$$

これらの値を式 (4) に代入してアドミタンス行列の要素を求め、さらにつぎの関係から影像アドミタンス行列の各要素を求める。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_{af} &= \begin{bmatrix} Y_{af11} & Y_{af12} \\ Y_{af21} & Y_{af22} \end{bmatrix} \\ Y_{af11} &= Y_{11} - \frac{Y_{13}^2}{Y_{33}} - \frac{Y_{14}^2}{Y_{44}} \\ Y_{af22} &= Y_{22} - \frac{Y_{23}^2}{Y_{33}} - \frac{Y_{24}^2}{Y_{44}} \\ Y_{af12} &= -\frac{Y_{13}Y_{23}}{Y_{33}} - \frac{Y_{14}Y_{24}}{Y_{44}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_{0a} &= (\mathbf{Y}_{aa} \mathbf{Y}_{af})^{\frac{1}{2}} \mathbf{Y}_{af} \\ \mathbf{Y}_{0b} &= (\mathbf{Y}_{bb} \mathbf{Y}_{bf})^{\frac{1}{2}} \mathbf{Y}_{bf} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

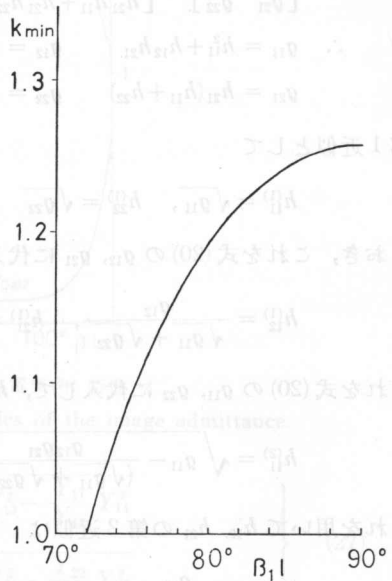


図2 完全分離周波数 (電気角) と k_{\min} の関係

Fig. 2. Relation between the frequency (electric angle) of the perfect isolation and k_{\min} .

式(16)の計算は、特定周波数以外では Y_{af} が対角化されていないので大変であるが、逐次近似計算法を用いると比較的容易である。すなわち

$$Y_{0a} Y_{aa}^{-1} Y_{0a} = Y_{af} \quad (17)$$

$$\therefore Y_{0a} Y_{aa}^{-1} = (Y_{af} Y_{aa}^{-1})^{\frac{1}{2}} \equiv \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}^{\frac{1}{2}} \equiv \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{11} \end{bmatrix} \quad (18)$$

とおけば

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}^2 + h_{12} h_{21} & h_{11} h_{12} + h_{12} h_{22} \\ h_{21} h_{11} + h_{21} h_{22} & h_{12} h_{21} + h_{22}^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\therefore \left. \begin{aligned} g_{11} &= h_{11}^2 + h_{12} h_{21} & g_{12} &= h_{12} (h_{11} + h_{22}) \\ g_{21} &= h_{21} (h_{11} + h_{22}) & g_{22} &= h_{22}^2 + h_{12} h_{21} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

第1近似として

$$h_{11}^{(1)} \doteq \sqrt{g_{11}}, \quad h_{22}^{(1)} = \sqrt{g_{22}} \quad (21)$$

とおき、これを式(20)の g_{12} , g_{21} に代入して h_{12} , h_{21} の第1近似とする。

$$h_{12}^{(1)} = \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11}} + \sqrt{g_{22}}}, \quad h_{21}^{(1)} = \frac{g_{21}}{\sqrt{g_{11}} + \sqrt{g_{22}}} \quad (22)$$

これを式(20)の g_{11} , g_{22} に代入して、 h_{11} , h_{22} の第2近似とする。

$$h_{11}^{(2)} = \sqrt{g_{11} - \frac{g_{12} g_{21}}{(\sqrt{g_{11}} + \sqrt{g_{22}})^2}}, \quad h_{22}^{(2)} = \sqrt{g_{22} - \frac{g_{12} g_{21}}{(\sqrt{g_{11}} + \sqrt{g_{22}})^2}} \quad (23)$$

これを用いて h_{12} , h_{21} の第2近似は

$$h_{12}^{(2)} = \frac{g_{12}}{h_{11}^{(2)} + h_{22}^{(2)}}, \quad h_{21}^{(2)} = \frac{g_{21}}{h_{11}^{(2)} + h_{22}^{(2)}} \quad (24)$$

以下これを繰返せば、 h_{11} , h_{22} , h_{12} , h_{21} に限りなく近似することができる。この近似式を用いて、式(18)より

$$Y_{0a} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{11} & 0 \\ 0 & Y_{22} \end{bmatrix} \quad (25)$$

なお行列 g は式(18)より、つぎのように求められる。

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{af11} & Y_{af12} \\ Y_{af21} & Y_{af22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{11}^{-1} & 0 \\ 0 & Y_{22}^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{af11} Y_{11}^{-1} & Y_{af12} Y_{22}^{-1} \\ Y_{af21} Y_{11}^{-1} & Y_{af22} Y_{22}^{-1} \end{bmatrix} \quad (26)$$

以上の方法で求めた影像アドミタンスの周波数(電気角)特性を図3に示す。ただし Y_1 を基準とし、他のアドミタンスは Y_1 で正規化してある。 $\beta_1 l = 80^\circ$ のときの影像アドミタンスの値は

$$Y_{0a11} = 1.2229921, \quad Y_{0a22} = 2.9364521$$

なお中心周波数 $f_0(\beta_0 l = 90^\circ)$ における影像アドミタンスの値は不定であるが、その近傍からの極限値は一定である。すなわち式(15), (16)より

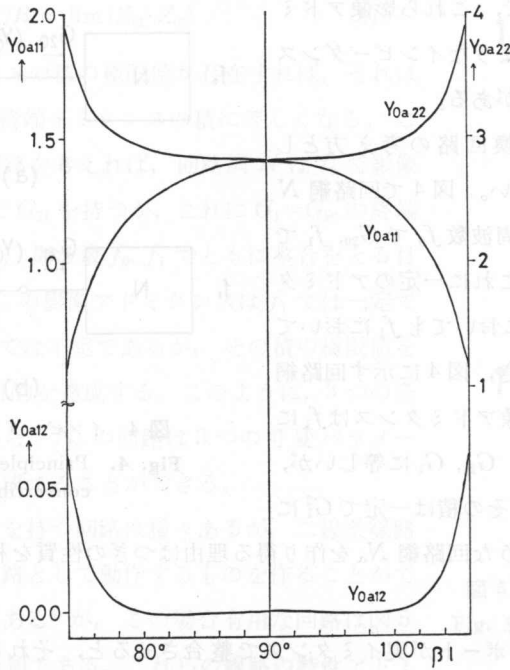


図 3 影像アドミタンスの周波数 (電気角) 特性

Fig. 3. Frequency (electric angle) characteristics of the image admittance.

$$\left. \begin{aligned} Y_{0a11} &= \sqrt{Y_{11} \left(Y_{11} - \frac{Y_{13}^2}{Y_{33}} - \frac{Y_{14}^2}{Y_{44}} \right)} = \sqrt{Y_{11}^2 - Y_{13}^2 - \frac{Y_{11}}{Y_{44}} Y_{14}^2} \\ Y_{0a22} &= \sqrt{Y_{22} \left(Y_{22} - \frac{Y_{23}^2}{Y_{33}} - \frac{Y_{24}^2}{Y_{44}} \right)} = \sqrt{Y_{22}^2 - Y_{24}^2 - \frac{Y_{22}}{Y_{33}} Y_{23}^2} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

中心周波数では $Y_{11} = Y_{22} = Y_{33} = Y_{44} = 0$ であるが、 Y_{11} と Y_{22} の比は式 (4) を用い、さらに $\theta \rightarrow 90^\circ$ のとき $\tan \theta \rightarrow \infty$ となるから

$$\lim_{\theta \rightarrow 90^\circ} Y_{0a11} = \sqrt{1 + k^2 \frac{3+k}{5y+k+x}} = 1.4056865$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 90^\circ} Y_{0a22} = \sqrt{(x+y)^2 + k^2 \frac{5y+k+x}{3+k}} = 2.8230272$$

となる。

3. インピーダンス変換回路

前章で述べたように、重合 11L 回路の各線路の特性アドミタンスの選び方で、中心周波数 f_0 とそれから離れた 2 つの周波数 (電気角) $\pm \delta_1$ において分離が成立し、影像アドミタンス行列も対角化されるが、 f_0 における影像アドミタンスの値と、 $\pm \delta_1$ の周波数における影像アドミタンスの値は異なる。終端アドミタンスは周波数の如何にかかわらず一定のコンダクタンス (抵

抗)を採ることが普通で、これら影像アドミタンスが一定に見えるようなインピーダンス変換回路を用いる必要がある。

インピーダンス変換回路の考え方として、図4を参照されたい。図4で回路網Nの入力アドミタンスが周波数 f_0 で G_{20} 、 f_1 では G_{21} であるとする。これに一定のアドミタンス G_1 を接続し、 f_0 においても f_1 においても整合をとりたいとき、図4に示す回路網 N_c を入れる。 N_c の影像アドミタンスは f_1 においては確定して、 G_{21} 、 G_1 に等しいが、 f_0 では確定せず、ただその積は一定で G_1^2 に等しいとする。このような回路網 N_c を作り得る理由はつぎの性質を利用したものである。すなわち

「一般に無損失の2ポートが実イミタンスで整合させると、それらのイミタンスは影像イミタンスである。ただし2ポートの影像イミタンスが不定のときは、整合させるべき2つの実イミタンスの積が特定値になっていればよく、その積が影像イミタンスの積の極限值に等しい。」

このことは縦続行列を使えば容易に証明できる。すなわち無損失2ポートの縦続行列を F とすれば、

A, D は実数, B, C は虚数

の関係があり、入力インピーダンスは

$$Z_{1in} = \frac{AZ_2 + B}{CZ_2 + D} \tag{28}$$

で与えられるが、 Z_{1in} 、 Z_2 は実数であるから

$$Z_{1in} = \frac{A}{C} = \frac{B}{D} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} \equiv Z_{01} \tag{29}$$

となり、 Z_{1in} が影像インピーダンス行列 Z_{01} に等しくなることが直ちに分かる。逆に式(29)から Z_2 を求め、 Z_{1in} が実数である条件を代入すれば、同様に

$$Z_2 = Z_{02} \tag{30}$$

の関係が成立することが分かる。ところで $A=D=0$ のとき、影像イミタンスは不定であるが、式(28)より

$$Z_{1in} = B/(CZ_2)$$

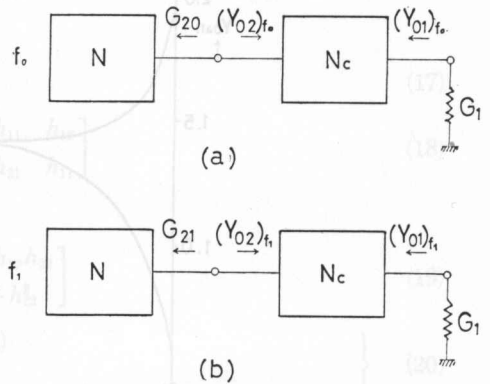
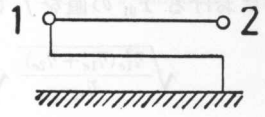


図4 インピーダンス変換回路の原理
 Fig. 4. Principle of the impedance convertible circuit.

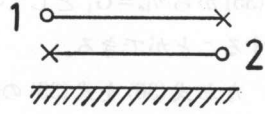
$$\therefore Z_{1in} \cdot Z_2 = C/B = \lim(Z_{01} \cdot Z_{02}) \quad (31)$$

すなわち影像イミタンスの積の極限值が存在すれば、それは2ポートに接続する実終端イミタンスの積に等しくなる。これを利用して図4の回路を考えれば、回路網 N は f_0 で影像アドミタンス G_{20} , f_1 で G_{21} を持つが、これに $G_1 = G_{20}$ の終端アドミタンスを接続し、周波数 f_0, f_1 でともに整合をとる目的で N_e を入れる。 N_e の影像アドミタンスは f_1 では一定で G_{21} , G_1 に等しい。 f_0 では不定であるが、その積の極限値を G_1^2 に等しくできれば目的を達成する。このように、3つの条件を満足すればよいから、 N_e の回路は3つの可変パラメータを持つ回路により達成することができる。

3つのパラメータを持つ回路は種々あるが、二線条線路から成り、高域る波回路として動作するものを作ることができる。これには四種類ある⁴⁾が、この場合有用な回路は図5に示すT1, T2の2種類である。これらの線路の特性アドミタンス行列には3つの独立要素を含み、前述の3つの要求を満すことができる。これらの線路の特性アドミタンス行列、特性インピーダンス行列は



T 1



T 2

図5 インピーダンス変換回路
Fig. 5. Impedance convertible circuit.

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \begin{bmatrix} \eta_{11} & -\eta_{12} \\ -\eta_{12} & \eta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_{1e} + \eta_{12} & -\eta_{12} \\ -\eta_{12} & \eta_{2e} + \eta_{12} \end{bmatrix} \\ \zeta &= \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \zeta_{12} \\ \zeta_{12} & \zeta_{22} \end{bmatrix} = \eta^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

T1の回路について、縦続行列の各要素は

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{c\zeta_{22}}{\zeta_{22} - \zeta_{12}} = \frac{\eta_{11}}{\eta_{1e}} c, \\ B &= \frac{s(\zeta_{11}\zeta_{22} - \zeta_{12}^2)}{\zeta_{22} - \zeta_{12}} = \frac{s}{\eta_{1e}}, \\ C &= \frac{c^2 + s^2(\zeta_{22} - \zeta_{12})(\eta_{11} - \eta_{12})}{s(\zeta_{22} - \zeta_{12})} = \frac{c^2(\eta_{11}\eta_{22} - \eta_{12}^2) + s^2\eta_{1e}^2}{s\eta_{1e}} \\ D &= \frac{c(\zeta_{11} + \zeta_{22} - 2\zeta_{12})}{\zeta_{22} - \zeta_{12}} = \frac{c(\eta_{1e} + \eta_{2e})}{\eta_{1e}} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

ただし $c = \cosh \gamma l$, $s = \sinh \gamma l$, $\lambda = s/c = \tanh \gamma l$

ゆえに影像アドミタンスは

$$\left. \begin{aligned} Y_{01} &= \sqrt{\frac{CD}{AB}} = \sqrt{\frac{\eta_{1e}^2(\eta_{1e} + \eta_{2e})}{\eta_{11}}} \sqrt{1 + \lambda^{-2} \frac{\eta_{1e}\eta_{2e} + \eta_{12}(\eta_{1e} + \eta_{2e})}{\eta_{1e}^2}} \\ Y_{02} &= \sqrt{\frac{AC}{BD}} = \sqrt{\frac{\eta_{1e}^2\eta_{11}}{\eta_{1e} + \eta_{2e}}} \sqrt{1 + \lambda^{-2} \frac{\eta_{1e}\eta_{2e} + \eta_{12}(\eta_{1e} + \eta_{2e})}{\eta_{1e}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

f_1 における Y_{01} の値を f_0 における $G_1 = \lim \sqrt{Y_{01}Y_{02}}$ に等しくおくと、

$$\left. \begin{aligned} & \sqrt{\frac{\eta_{1e}^2(\eta_{1e} + \eta_{2e})}{\eta_{11}}} \sqrt{1 + \lambda_1^{-2} \frac{\eta_{1e}\eta_{2e} + \eta_{12}(\eta_{1e} + \eta_{2e})}{\eta_{1e}^2}} = \eta_{1e} = G_1 \\ \therefore & \sqrt{\frac{\eta_{1e} + \eta_{2e}}{\eta_{11}}} \sqrt{1 + \lambda_1^{-2} \frac{\eta_{1e}\eta_{2e} + \eta_{12}(\eta_{1e} + \eta_{2e})}{\eta_{1e}^2}} = 1 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

f_1 における Y_{02} を G_{21} とおくと

$$\sqrt{\frac{\eta_{1e}^2 \eta_{11}}{\eta_{1e} + \eta_{21}}} \sqrt{1 + \lambda_1^{-2} \frac{\eta_{1e}\eta_{2e} + \eta_{12}(\eta_{1e} + \eta_{2e})}{\eta_{1e}^2}} = G_{21} \quad (36)$$

式(35)から $\eta_{1e} = G_1$ として与えられ、 η_{2e} 、 η_{12} は式(35)、(36)から λ_1 、 G_1 、 G_{21} が与えられれば決定することができる。

なお式(36)を式(35)の第2式で割れば

$$\frac{\eta_{11}}{\eta_{1e} + \eta_{2e}} = \frac{G_{21}}{\eta_{1e}} = \frac{G_{21}}{G_1} \equiv n \quad (37)$$

また式(35)の第1式と式(36)を乗じ

$$1 + \lambda_1^{-2} \frac{\eta_{1e}\eta_{2e} + \eta_{12}(\eta_{1e} + \eta_{2e})}{\eta_{1e}^2} = \frac{G_1 G_{21}}{\eta_{1e}^2} = \frac{G_{21}}{G_1} = n \quad (38)$$

さらに $\lambda_1 = j\Omega_1$ とおけば、式(38)は

$$\Omega_1^{-2} \frac{\eta_{1e}\eta_{2e} + \eta_{12}(\eta_{1e} + \eta_{2e})}{\eta_{1e}^2} = 1 - n \quad (39)$$

いま

$$\eta_{2e}/\eta_{1e} \equiv x, \quad \eta_{12}/\eta_{1e} \equiv y \quad (40)$$

とおくと、式(37)、(39)から

$$\frac{1+y}{1+x} = n \quad (41)$$

$$x+y+xy = (1-n)\Omega_1^2 \quad (42)$$

式(41)、(42)から

$$\left. \begin{aligned} (1+y)^2 &= n \{1 + \Omega_1^2(1-n)\} \\ (1+x)^2 &= \{1 + \Omega_1^2(1-n)\} n^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

この両式から x と y 、すなわち η_{2e} 、 η_{12} を決定できる。式(42)が正のためには

$$1 > n > 0 \quad (44)$$

が必要であり、さらに式(43)の値が1より大のためには

$$\Omega_1^2 > \frac{1}{n} > 1 \quad (45)$$

の範囲内になければならない。例えば重合 11*l* 回路では、 $\beta_1 l = 80^\circ$ で $G_1 = 1.4056865$, $G_{21} = 1.2229921$ であるから

$$\Omega_1^2 > \frac{G_1}{G_{21}} = 1.149384,$$

$$\Omega_1 = \tan \beta_1 l > 1.072095, \quad \beta_1 l > 46^\circ 59'$$

となり $\beta_1 l = 80^\circ$ は十分に許容範囲内にある。

ポート 1 を G_1 で終端したとき、ポート 2 から見た入力アドミタンス Y_{2in} は

$$\begin{aligned} Y_{2in} &= \frac{AY_1 + C}{BY_1 + D} \\ &= \eta_{1e} \frac{1 + y + \lambda \{1 + \lambda^{-2}(x + y + xy)\}}{1 + x + \lambda} \\ &= \eta_{1e} \frac{n(1 + x) + \lambda \{1 - (\Omega_1^2 / \Omega^2)(1 - n)\}}{1 + x + \lambda} \end{aligned} \quad (46)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} A &= c(1 + y), \quad B = s\eta_{1e}^{-1}, \\ C &= s\eta_{1e} \{1 + \lambda^{-2}(x + y + xy)\}, \quad D = c(1 + x) \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

式(46)には $Y_1 = G_1 = \eta_{1e}$ の関係を用いている。式(46)から、中心周波数 f_0 では $\lambda = \infty$ であるから

$$Y_{2in} = \eta_{1e} = G_1$$

特定周波数 $f = f_1 (\lambda = \lambda_1)$ では

$$\text{Im } Y_{2in} = 0, \quad \text{Re } Y_{2in} = G_{21}$$

図 5 において回路網 N を重合 11*l* 回路とし、周波数 f_1 に相当する電気角 $\beta_1 l = 80^\circ$ で分離を達成させる。そのとき $G_{20} = (Y_{0a11})_{f_0} = G_1 = (Y_{01})_{f_1} = 1.4056865$, $G_{21} = (Y_{0a11})_{f_1} = (Y_{02})_{f_1} = 1.2229921$ と与えられ、式(37), (43)から n, x, y を求め式(46)により理論計算して求めた Y_{2in} の周波数特性を図 6 に示す。ただし $G_1 = \eta_{1e}$ を基準にとり、1 としている。

T 2 のインピーダンス変換回路を図 5 に示す。この回路の縦続行列は

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{c\eta_{22}}{\eta_{12}}, \quad B = \frac{s^2\eta_{12}\zeta_{12} + c^2}{s\eta_{12}}, \\ C &= \frac{s(\eta_{11}\eta_{22} - \eta_{12}^2)}{\eta_{12}}, \quad D = \frac{c\eta_{11}}{\eta_{12}} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

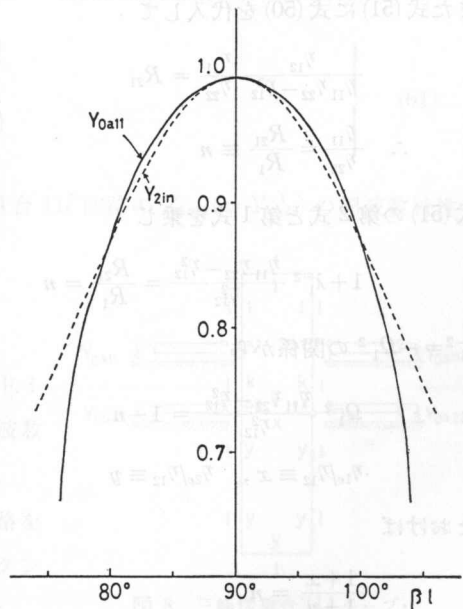


図 6 影像アドミタンスと T 1 回路の入力アドミタンスの周波数(電気角)特性

Fig. 6. Frequency (electric angle) characteristics of the image admittance and the input admittance of the circuit T-1.

ゆえに映像インピーダンスは

$$\left. \begin{aligned} Z_{01} &= \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \frac{\eta_{12}}{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2} \sqrt{\frac{\eta_{22}}{\eta_{11}}} \sqrt{1+\lambda^{-2} \frac{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2}{\eta_{12}^2}} \\ Z_{02} &= \sqrt{\frac{BD}{AC}} = \frac{\eta_{12}}{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2} \sqrt{\frac{\eta_{11}}{\eta_{22}}} \sqrt{1+\lambda^{-2} \frac{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2}{\eta_{12}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

f_1 における Z_{01} の値を f_0 における $\lim \sqrt{Z_{01}Z_{02}}$ に等しくおき、これを R_1 とおけば

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{\eta_{12}}{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2} \sqrt{\frac{\eta_{22}}{\eta_{11}}} \sqrt{1+\lambda_1^{-2} \frac{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2}{\eta_{12}^2}} = \frac{\eta_{12}}{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2} \\ \therefore \sqrt{\frac{\eta_{22}}{\eta_{11}}} \sqrt{1+\lambda_1^{-2} \frac{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2}{\eta_{12}^2}} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

f_1 における Z_{01}, Z_{02} の値を R_1, R_{21} とおくと

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{\eta_{12}}{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2} \sqrt{\frac{\eta_{22}}{\eta_{11}}} \sqrt{1+\lambda_1^{-2} \frac{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2}{\eta_{12}^2}} \\ R_{21} &= \frac{\eta_{12}}{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2} \sqrt{\frac{\eta_{11}}{\eta_{22}}} \sqrt{1+\lambda_1^{-2} \frac{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2}{\eta_{12}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

式(50)より

$$\zeta_{12} = R_1 \quad (52)$$

また式(51)に式(50)を代入して

$$\left. \begin{aligned} \frac{\eta_{12}}{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2} \frac{\eta_{11}}{\eta_{22}} &= R_{21} \\ \therefore \frac{\eta_{11}}{\eta_{22}} &= \frac{R_{21}}{R_1} \equiv n \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

式(51)の第2式と第1式を乗じ

$$1+\lambda_1^{-2} \frac{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2}{\eta_{12}^2} = \frac{R_{21}}{R_1} = n \quad (54)$$

$\lambda_1^{-2} = -\Omega_1^{-2}$ の関係から

$$\Omega_1^{-2} \frac{\eta_{11}\eta_{22}-\eta_{12}^2}{\eta_{12}^2} = 1-n \quad (55)$$

$$\eta_{1e}/\eta_{12} \equiv x, \quad \eta_{2e}/\eta_{12} \equiv y \quad (56)$$

とおけば

$$\left. \begin{aligned} \frac{1+x}{1+y} &= n \\ x+y+xy &= (1-n)\Omega_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

または

$$\left. \begin{aligned} (1+x)^2 &= n \{1+(1-n) \Omega_1^2\} \\ (1+y)^2 &= n^{-1} \{1+(1-n) \Omega_1^2\} \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

これらの式から得られる条件は T1 のときと同様であり, x, y が正値を得るためには

$$1 > n > 0, \quad \Omega_1^2 > 1/n \quad (59)$$

したがって Ω_1 の許容範囲は T1 のときと同じである。この回路では $R_{21} < R_1$ であり, インピーダンスの周波数特性が上に凸の形になり, そのような回路のインピーダンス変換に用いることができる。

T2 の回路のポート 1 を R_1 で終端すると, ポート 2 から見た入力インピーダンスは

$$\left. \begin{aligned} Z_{2in} &= \frac{DZ_1+B}{CZ_1+A}, \\ Z_1 = R_1 = \zeta_{12} \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

これに式 (48), (52), (56), (57) を援用して

$$\left. \begin{aligned} Z_{2in} &= \zeta_{12} \frac{1+x+\lambda \{1-\Omega^{-2}(x+y+xy)\}}{1+y+\lambda} \\ &= \zeta_{12} \frac{n(1+y)+\lambda \{1-(\Omega_1^2/\Omega^2)(1-n)\}}{1+y+\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

$\beta_1 l = 80^\circ$ としたときの Z_{2in} の周波数特性および重合 $11l$ 回路の $Z_{0a22} (= Y_{0a22}^{-1})$ の周波数特性を図 7 に示す。

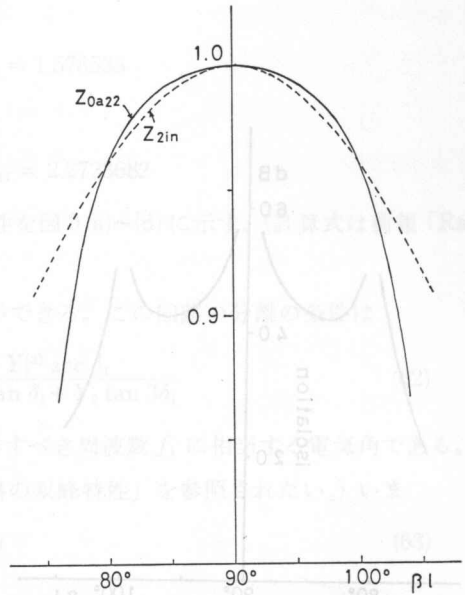


図 7 映像インピーダンスと T2 回路の入力インピーダンスの周波数(電気角)特性

Fig. 7. Frequency (electric angle) characteristics of the image impedance and the input impedance of the circuit T-2.

4. 重合回路の三峰特性

前章で述べた方法により, 実の一定な終端アドミタンスに対して f_0, f_1, f_2 ($2f_0 = f_1 + f_2$) の三つの周波数で完全整合, 完全分離の特性を得ることができる。

重合 $11l$ Rat Race 回路で, 三峰特性を得る回路を図 8 に示す。なお図中の各辺の線路の特性アドミタンスは Y_1 で正規化してあり, それらの値を次に示す。

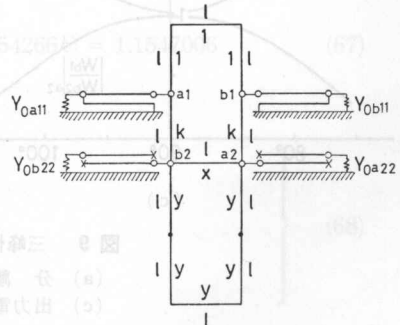


図 8 三峰性重合 $11l$ ループ・ハイブリッド回路

Fig. 8. Triple-humped duplex loop hybrid circuit of loop length $11l$.

$$x = 0.6512435, \quad y = 1.3570471$$

$$k = 1.4, \quad \beta_1 l = 80^\circ$$

$$Y_{0a11} = Y_{0b11} = 1.4056865, \quad Y_{0a22} = Y_{0b22} = 2.8230272$$

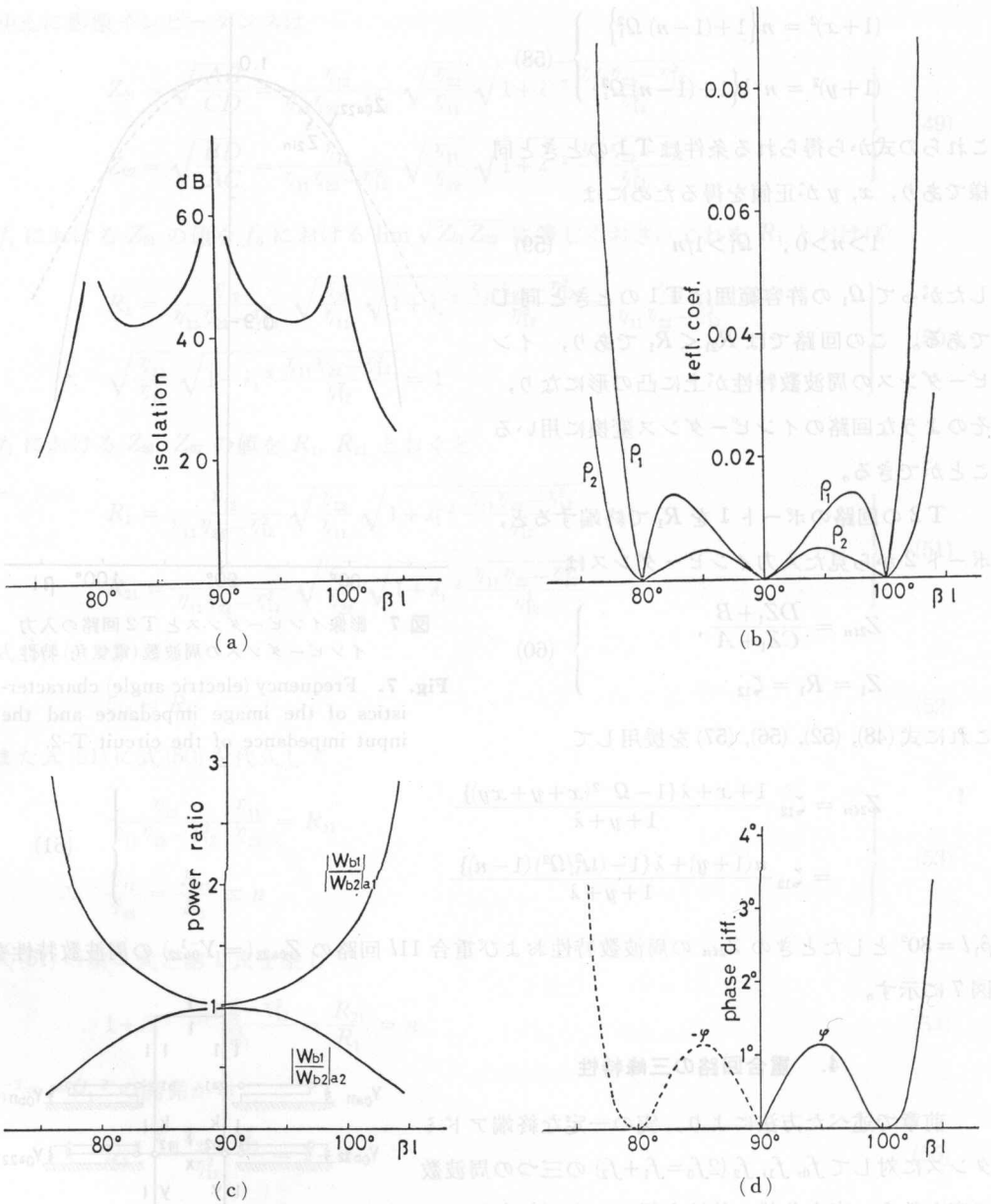


図 9 三峰性重合 11λ 回路のハイブリッド特性

- (a) 分離度 (b) 電圧反射係数
- (c) 出力電力比 (d) 出力電圧の位相差

Fig. 9. Hybrid characteristics of the triple-humped duplex loop hybrid circuit of loop length 11λ .

- (a) isolation (b) voltage reflection coefficients
- (c) output power ratio (d) phase difference of the output voltages.

T 1 の定数

$$\eta_{1e} = 1.4056865, \quad \eta_{2e} = 2.024328, \quad \eta_{12} = 1.578533$$

T 2 の定数

$$\eta_{1e} = 1.0640054, \quad \eta_{2e} = 1.1980522, \quad \eta_{12} = 2.2723682$$

またこの回路のハイブリッド動作特性の周波数特性を図 9 (a)~(d) に示す。(計算式は前報「Rat Race 回路の双峰特性」³⁾ を参照のこと。)

つぎに重合 15 l 回路でも同様に設計することができる。この回路の分離の条件は

$$\frac{Y_3 \sec 3\delta_1}{(Y_2 + Y_3) \tan 3\delta_1} = \frac{Y_1^{(1)} \sec 5\delta_1 + Y_1^{(2)} \sec \delta_1}{Y_1^{(1)} \tan 5\delta_1 + Y_1^{(2)} \tan \delta_1 + Y_2 \tan 3\delta_1} \quad (62)$$

ただし, $\theta_1 = \gamma_1 l = j\beta_1 l = j(\pi/2 - \delta_1)$ で, $\beta_1 l$ は分離すべき周波数 f_1 に相当する電気角である。

(この分離条件についても, 前報の「Rat Race 回路の双峰特性」を参照されたい。) いま

$$Y_2/Y_3 \equiv k, \quad Y_1^{(1)}/Y_3 \equiv x, \quad Y_1^{(2)}/Y_3 \equiv y \quad (63)$$

のように Y_3 を基準にとれば, 分離条件は

$$\frac{1}{(1+k) \sin 3\delta_1} = \frac{x \sec 5\delta_1 + y \sec \delta_1}{x \tan 5\delta_1 + y \tan \delta_1 + k \tan 3\delta_1} \quad (64)$$

さらに $\delta_1 = 0$ でも分離するためには,

$$\frac{1}{3(1+k)} = \frac{x+y}{5x+y+3k} \quad (65)$$

を満足しなければならない。式 (64) に $\delta_1 = 10^\circ$ のときの数値を代入すれば

$$\frac{2}{1+k} = \frac{1.5557238x + 1.0154266y}{1.1917536x + 0.1763270y + 0.5773503k} \quad (66)$$

これはさらに

$$x(1.5557238k - 0.8277834) + y(0.6627726 + 1.0154266k) = 1.1547006 \quad (67)$$

式 (65), (67) より

$$\left. \begin{aligned} x &= k(0.4178220k + 0.3210834)/\Delta_k \\ y &= k(1.2030696k - 0.1739490)/\Delta_k \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

ただし

$$\Delta_k = 1.6208916k^2 + 0.6706328k - 0.3300216$$

$k > 0$ に対して, $x > 0$ の条件は

$$\Delta_k > 0 \quad \text{より} \quad k > 0.2895162 \quad (69)$$

このとき式 (68) の第 2 式より $y > 0$ の条件は

$$k > 0.1445876 \quad (70)$$

したがって k の許容範囲は式 (69) である。線路の特性アドミタンスは同じである方が便宜上良
いから、 $k=1$ に選ぶ。このとき

$$x = 0.3767037, \quad y = 0.5246593$$

重合 15 l 回路のアドミタンス行列の各要素は

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} &= Y_{33} = -j(x \tan 5\delta_1 + y \tan \delta_1) - j \tan 3\delta_1 \\ Y_{22} &= Y_{44} = -j2 \tan 3\delta_1 \\ Y_{13} &= j(x \sec 5\delta_1 + y \sec \delta_1) \\ Y_{14} &= Y_{23} = Y_{24} = -j \sec 3\delta_1 \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

中心周波数の近傍においては

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} &= Y_{33} \cong \lambda^{-1}(5x+y+3) \\ Y_{22} &= Y_{44} \cong 6\lambda^{-1} \\ Y_{13} &\cong j(x+y), \quad Y_{14} = Y_{23} = Y_{24} \cong -j \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

$$\therefore Y_{a11} = \lambda \frac{(x+y)^2}{5x+y+3} + \frac{\lambda}{6} \quad (73)$$

$$\therefore Y_{0a11} = \sqrt{(5x+y+3) \left\{ \frac{(x+y)^2}{5x+y+3} + \frac{1}{6} \right\}} = \sqrt{(x+y)^2 + (x+y)} = 1.3091264$$

同様に

$$Y_{0a22} = \sqrt{1 + \frac{1}{x+y}} \cong 1.4523889$$

$\delta_1 = 10^\circ$ では

$$Y_{0a11} = \sqrt{Y_{11}^2 - Y_{13}^2 - \frac{Y_{14}^2}{Y_{11}}} = 1.136606$$

$$Y_{0a22} = \sqrt{Y_{22}^2 - Y_{24}^2 - \frac{Y_{23}^2}{Y_{22}}} = 1.173082$$

このように Y_{0a11} , Y_{0a22} の周波数特性はともに f_0 を中心にして上に凸であり、したがってイン
ピーダンス変換回路としては T1 を用いる。 Y_{0a11} 用を T1-1, Y_{0a22} 用を T1-2 とする。

a. T1-1 の設計

終端アドミタンスは

$$G_1 = (Y_{0a11})_{f_0} = 1.3091264$$

T1-1 の映像アドミタンスを Y_{01} , Y_{02} とし、重合 15 l 回路にインピーダンス変換回路を接続し
た回路の入力アドミタンス Y_{2in} の f_0 における値は

$$(Y_{2in})_{f_0} = 1.3091264 = (Y_{01}Y_{02})_{f_0}^{\frac{1}{2}}$$

となるべきで、 f_1 においても

$$(Y_{2\delta n})_{f_1} = 1.3091264 = (Y_{01})_{f_1}$$

$$(Y_{02})_{f_1} = (Y_{0a11})_{f_1} = 1.136606 \equiv G_{21}$$

が成立しなければならない。ゆえに

$$G_{21}/G_1 = n = 0.8682171$$

$\Omega_1 = \tan \beta_1 l$, および n が与えられると式 (43) から x, y が, したがって式 (37), (40) からインピーダンス変換回路の特性アドミタンス行列 η の各要素の値は決定する。

b. T1-2 の設計

T1-1 の設計と同様に

$$Y_{1l} = 1.4523889 = (Y_{0a22})_{f_0} = G_1$$

$$(Y_{2\delta n})_{f_0} = 1.4523889,$$

$$(Y_{2\delta n})_{f_1} = (Y_{0a11})_{f_1} = 1.173082 = (Y_{02})_{f_1} \equiv G_{21}$$

$$\therefore G_{21}/G_1 = 0.8076914$$

インピーダンス変換回路の特性アドミタンス行列 η の各要素は, 式 (43), (37), (40) から, 前と同様に求められる。

この回路を図 10 に, そのハイブリッド動作特性を図 11 (a)~(d) に示す。この特性の計算方法も, 重合 11 l 回路の場合と同様である。

重合 11 l 回路と重合 15 l 回路の三峰特性の特長は, 後者では出力電力比が広範囲にわたって 1 に近いことである。また同じ特性アドミタンスの値を持つ線路の辺を多く使える特長もある。

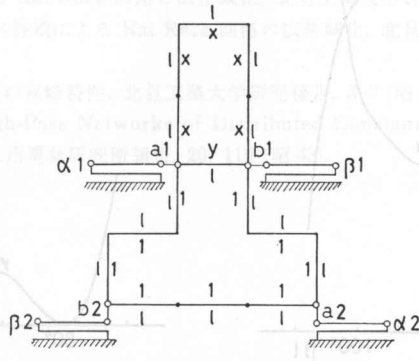


図 10 三峰性重合 15 l 回路

Fig. 10. Triple-humped duplex loop hybrid circuit of loop length 15 l .

Fig. 11. Hybrid characteristics of the triple-humped duplex loop hybrid circuit of loop length 15 l . (a) isolation (b) voltage reflection coefficient (c) output power ratio (d) phase difference of the output voltages

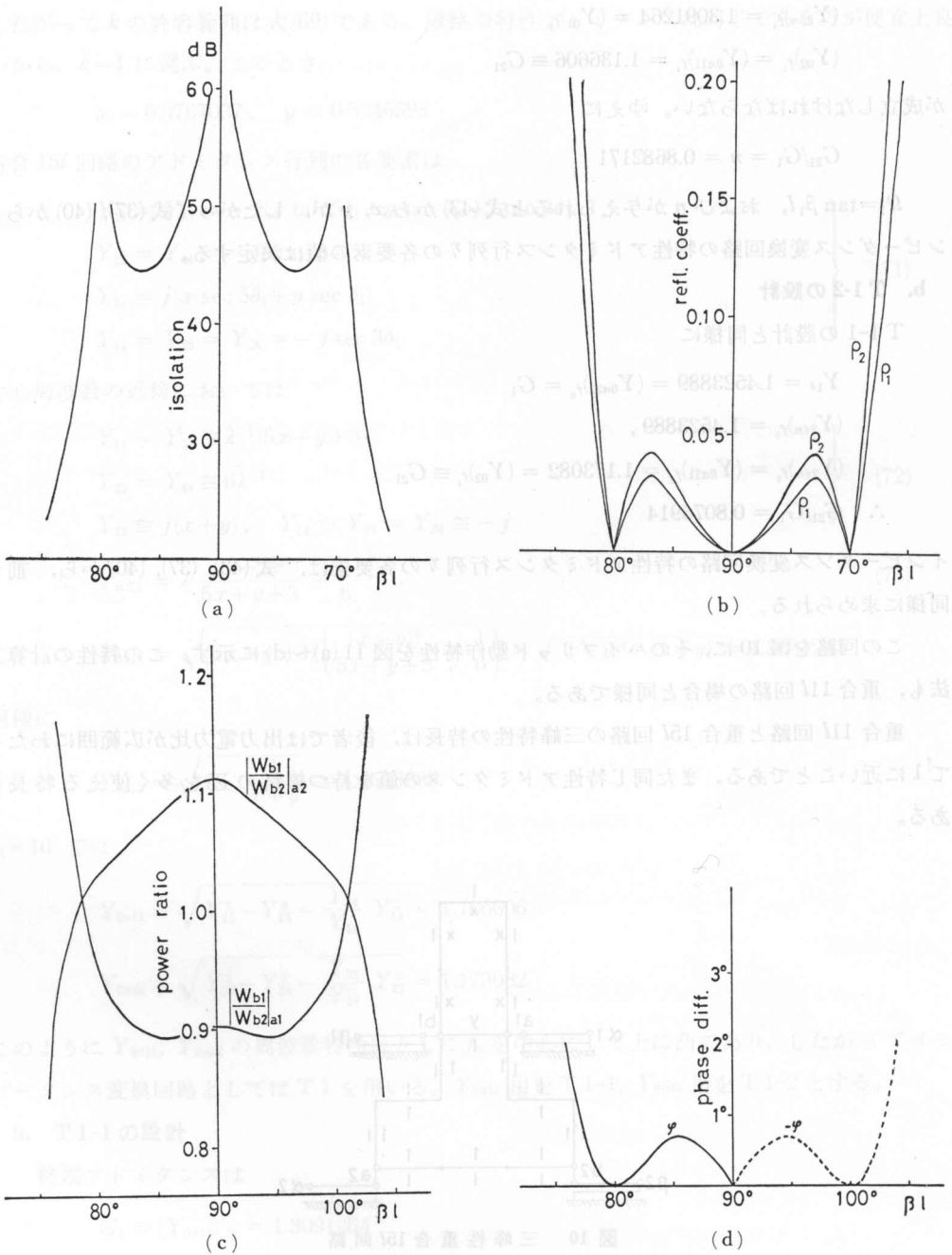


図 11 三峰性重合 15λ 回路のハイブリッド特性
 (a) 分離度 (b) 電圧反射係数
 (c) 出力電力比 (d) 出力電圧の位相差

Fig. 11. Hybrid characteristics of the triple-humped duplex loop hybrid circuit of loop length 15λ .

- (a) isolation (b) voltage reflection coefficients
 (c) output power ratio (d) phase difference of the output voltages.

5. 結 言

Rat Race 回路の周波数特性改善のための一方法である双峰特性から、さらに中心周波数 f_0 においても完全分離、完全整合を得る方法を考案した。それは分離の条件を f_1 , $f_2=2f_0-f_1$ のほかに、 f_0 においても成立させることであるが、 f_0 においては $Y_{11}=Y_{22}=0$ であり、一般に分離条件は不定となる。しかし分離条件式の極の留数をとれば、 f_0 における条件式を成立させることができる。 f_1 , f_2 における分離条件式も考え、これら2つの条件式から各辺の線路の特性アドミタンスが決まる。しかし、 f_0 および f_1 , f_2 における影像イミタンスは一致しない。一般に終端イミタンスは一定のものを用いるから、 f_0 , および f_1 , f_2 における入力アドミタンスが一致するように、インピーダンス変換回路を各ポートに接続する必要がある。この一方法として、二線条線路で実現することができる。

重合 $11l$ 回路、重合 $15l$ 回路について、以上の方法により三峰特性を求めた。重合 $15l$ 回路では、多くの構成素子辺の線路の特性アドミタンスの値を同じ値にすることができ、しかも両方の入力ポートからの出力電力比を、ともに広い周波数範囲にわたって1に近い値に保つことができる特長をもつ。

最後に本論文を終わるに当たり、日頃絶えず御指導、御鞭撻して戴いています、本学学長松本秋男先生に心から感謝致します。

文 献

- 1) 品田雄治：外部補償による Rat Race 回路の広帯域化，北見工業大学研究報告，3-1，93 (昭46-11)。
- 2) 品田雄治：影像イミタンス終端による Rat Race 回路の広帯域化，北見工業大学研究報告，3-1 (昭46-11)。
- 3) 品田雄治：Rat Race 回路の双峰特性，北見工業大学研究報告，3-2 (昭47-05)。
- 4) 永井信夫・松本秋男：High-Pass Networks of Distributed Constants on Image Parameter Basis (Part 2)，北海道大学応用電気研究所報告，20，119 (昭43)。