

Rat Race 回路の研究 (その3)

外部補償による Rat Race 回路の広帯域化*

品田 雄治**

(昭和46年3月12日受理)

Broadbanding of the Rat Race Circuit by External Compensation

by Yūji SHINADA

The Rat Race circuit operates as a hybrid circuit at the center frequency, but as the frequency of operation becomes discrepant from the center frequency, its input immittance is no longer real, but contains an imaginary part which leads to poor matching and to poor isolation. Such defects can be avoided by means of susceptance compensation or reactance compensation.

A practical method of susceptance compensation can be realized in the form of shunt inductive susceptance, connected to each port of less self admittance. Another method will be by reactance compensation with series capacitance.

There are other methods of broadbanding, e.g. by making the image immittance diagonally and by selecting the terminating immittance in accordance with the image immittance.

These methods of broadbanding may be combined, leading to composite compensation techniques.

1. 緒 言

Rat Race 回路は図-1のように全長 $6l$ の伝送線路ループの六等分点に隣接して四つのポートを設けたものである¹⁾。各ポート間の伝送線路の長さは $3l, l, l, l$ となっていて、 l を四分の一波長とする周波数 (これを中心周波数と呼ぶ) とその近傍で使用する。各ポートの終端アドミタンスは、ループを構成する線路の特性アドミタンス Y_0 の $\sqrt{2}$ 倍とする。この回路の動作特性は中心周波数では完全であるが、中心周波数からはずれると急に悪くなる。

この報告はこの問題に対して一つの改善策を提案するもので、Rat Race 回路の基本形のみならず、大形化されたもの^{2),3)}にも適用できる。

* 昭和45年度電気四連合北海道支部大会 (昭45.10, 札幌)

** 北見工業大学電気工学科

2. Rat Race 回路の基本形⁴⁾

Rat Race 回路の基本形を図-1に示す。これは一つの4ポート回路網であって、たがいに分離すべきポート(1, 2)を a 側に、ポート(3, 4)を b 側に集めれば、一つの(2, 2)ポート回路網として表わされ、そのアドミタンス行列の一般形は

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{aa} & \mathbf{Y}_{ab} \\ \mathbf{Y}_{ba} & \mathbf{Y}_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{12} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{13} & Y_{23} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{14} & Y_{24} & Y_{34} & Y_{44} \end{bmatrix} \quad (1)$$

であるが、回路構成とその対称性から

$$Y_{12} = 0, \quad Y_{34} = 0 \quad (2)$$

$$Y_{11} = Y_{33}, \quad Y_{22} = Y_{44}, \quad Y_{14} = Y_{23} \quad (3)$$

回路を構成する線路片をすべて無損失とし、その特性アドミタンスを Y_0 、伝搬定数を $\gamma = j\beta l$ 、単長を l とすると

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{aa} = \mathbf{Y}_{bb} &= \begin{bmatrix} Y_{11} & 0 \\ 0 & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{33} & 0 \\ 0 & Y_{44} \end{bmatrix} \\ &= Y_0 \begin{bmatrix} \coth 3\gamma l + \coth \gamma l & 0 \\ 0 & 2\coth \gamma l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{ab} = \mathbf{Y}_{ba} &= \begin{bmatrix} Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{23} & Y_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{13} & Y_{23} \\ Y_{14} & Y_{24} \end{bmatrix} \\ &= -Y_0 \begin{bmatrix} \operatorname{cosech} 3\gamma l & \operatorname{cosech} \gamma l \\ \operatorname{cosech} \gamma l & \operatorname{cosech} \gamma l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4b)$$

中心周波数(ここでは $\beta l = \pi/2$)の近傍では

$$\mathbf{Y}_{aa} \cong Y_0 \lambda^{-1} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (5a)$$

$$\mathbf{Y}_{ab} \cong jY_0 \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\lambda = \tanh \gamma l) \quad (5b)$$

ここに記号 \cong は中心周波数において等号が成立し、中心周波数の近傍では λ の負べき級数の初項のみをとったことを意味する。以下同様の意味でこの記号を用いる。各ポートは普通 $\sqrt{2} Y_0$ のアドミタンスで終端される。このときポート $a1, a2$ から見た入力アドミタンス行列は

$$\mathbf{Y}_{ai} = \begin{bmatrix} Y_{ai11} & Y_{ai12} \\ Y_{ai12} & Y_{ai22} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$Y_{ai11} = Y_{11} - \frac{Y_{13}^2}{Y_{33} + Y_{3l}} - \frac{Y_{14}^2}{Y_{44} + Y_{4l}} \quad (6a)$$

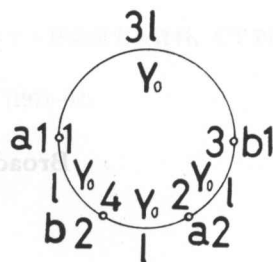


図-1 基本 Rat Race 回路

Fig. 1. Basic Rat Race circuit.

$$Y_{a12} = -\frac{Y_{13}Y_{23}}{Y_{33}+Y_{3t}} - \frac{Y_{14}Y_{24}}{Y_{44}+Y_{4t}} \quad (6b)$$

$$Y_{a122} = Y_{22} - \frac{Y_{23}^2}{Y_{33}+Y_{3t}} - \frac{Y_{24}^2}{Y_{44}+Y_{4t}} \quad (6c)$$

ここに Y_{3t} , Y_{4t} はポート $b1$, $b2$ の終端アドミタンスであって、ここでは

$$Y_{3t} = Y_{4t} = \sqrt{2} Y_0 \quad (7)$$

ゆえに Y_{ai} は

$$Y_{ai} \cong \sqrt{2} Y_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \lambda^{-1} Y_0 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

この式の右辺の第2項 (実周波数では虚数) が外部回路との間の不整合をひき起こすと同時にポート $a1$, $a2$ 間の分離を阻害する。それゆえ広帯域化に対する一つの着想は式(8)の右辺の第2項がなくなるように補償を行なうことである。

図-1に示したように基本回路の各ポートを $a1$, $a2$, $b1$, $b2$ とするが、後に示すように補償を行なったあとでは、各ポートの名をそれぞれ $\alpha1$, $\alpha2$, $\beta1$, $\beta2$ とする。

ポート $\alpha1$, $\beta1$ における反射係数の絶対値を ρ_1 とし、ポート $\alpha2$, $\beta2$ における反射係数の絶対値を ρ_2 とする。

ポート $\beta1$, $\beta2$ を終端アドミタンス $\sqrt{2} Y_0$ で終端し、ポート $\alpha1$, $\alpha2$ から見た入力アドミタンス行列を

$$Y_{ai} = \begin{bmatrix} Y_{a11} & Y_{a12} \\ Y_{a12} & Y_{a22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

としたときポート $\alpha1$, $\alpha2$ 間の分離度 S をつぎのように定義する。

$$S = 20 \log_{10} \frac{2\sqrt{2} Y_0}{|Y_{a12}|} \quad (\text{dB}) \quad (10)$$

この定義は $|Y_{a12}|$ が $|Y_{a11}|$, $|Y_{a22}|$ に比し小さいと仮定し、 Y_{a11} , Y_{a22} が $\sqrt{2} Y_0$ にほぼ等しいと仮定して、ポート $\alpha1$ からの入力とポート $\alpha2$ からの皮相出力との間のレベル差である。

3. 分路 L による補償

式(5b)で示したように Y_{ab} の各要素の絶対値が等しいとき、式(8)で表わされる入力アドミタンス行列 Y_{ai} の λ^{-1} の項 (すなわち虚数部) が消失するためには、 Y_{11} と Y_{22} が等しくなることが必要かつ十分である。そのようにする一つの方法は式(5a)から見て、 Y_{22} , Y_{44} に $2\lambda^{-1} Y_0$ を加えることであり、これはポート $a2$ と $b2$ に分路サセプタンス $2\lambda^{-1} Y_0$ を接続すればよい。このサセプタンスは長さ l 、特性アドミタンス $2Y_0$ の短絡線路、または長さ $(2n+1)l$ 、特性アドミタンス $2Y_0/(2n+1)$ の短絡線路により作ることができる。ここに n は正の整数とする。 $2n+1=3$ ととれば補償つきの回路は図-2のようになる。

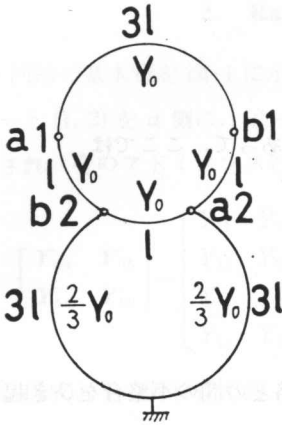


図-2 分路L補償 Rat Race 回路

Fig. 2. Shunt-L compensated Rat Race circuit.

図-3は長さ l 、特性アドミタンス $2Y_0$ の短絡線路 (図ではこれを $(1/2)Z_0$ のインダクタンスで表示している) で補償したときのポート $a1$ ($a1$ に同じ), $a2$ ($a2$ に同じ) 間の分離度を, 図-4は同じ補償に対するポート $a1, a2$ の反射係数を, それぞれループを構成する線路片の単長 l の電気角 βl を横軸にとって示したものである。

図-3は広い周波数範囲にわたって分離度が改善されることを示す。図-4からこの補償がポート $a2, b2$ で行なわれるにもかかわらず反射係数 ρ_1, ρ_2 の改善はむしろポート $a1, b1$ の方 (すなわち ρ_1) に著しい。とくに $0 < \beta l < 84^\circ, 96^\circ < \beta l < 180^\circ$ ではこの補償によりポート $a2$ ($a2$ に同じ), β_2 ($b2$ に同じ) の反射係数 ρ_2 は補償前よりも却って大きくなっている。このことは補償のためにつけたサセプタンスがこの回路のどれかの伝送モードの通過域を狭くするためであると考えられる。

この補償により

$$\begin{aligned}
 Y_{aa} &= Y_{\beta\beta} = Y_{\alpha\alpha} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2\lambda^{-1}Y_0 \end{bmatrix} \\
 &\cong \lambda^{-1}Y_0 \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (11)
 \end{aligned}$$

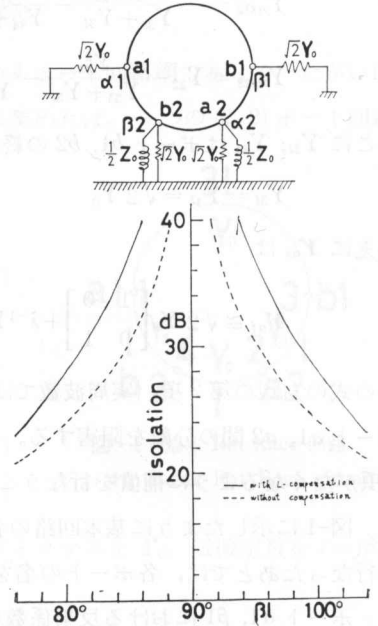


図-3 分路 L 補償 Rat-Race 回路の分離度の周波数特性

Fig. 3. Frequency (electrical angle) characteristics of the isolation of the shunt-L compensated Rat Race circuit.

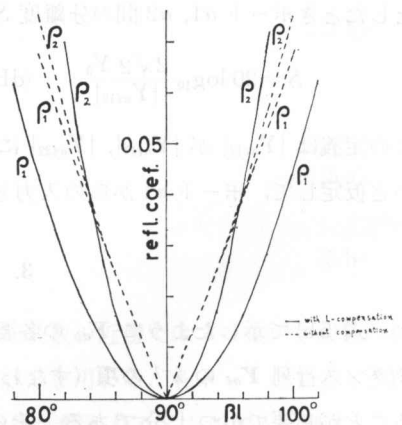


図-4 分路 L 補償 Rat Race 回路の反射係数の周波数 (電気角) 特性

Fig. 4. Frequency (electrical angle) characteristics of the reflection coefficients of the shunt-L compensated Rat Race circuit.

しかし $\mathbf{Y}_{ab} = \mathbf{Y}_{ba}$ はこの補償によって変わらず式(5b)のままである。そうすると β 端の二つのポート β_1, β_2 を開放したとき, α 端の二つのポート α_1, α_2 から見た回路のインピーダンス行列は

$$\mathbf{Z}_{\alpha\alpha} \cong \frac{2Z_0}{\lambda} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Z_0 = \frac{1}{Y_0} \quad (12)$$

となる。このように $\mathbf{Y}_{\alpha\alpha}$ も $\mathbf{Z}_{\alpha\alpha}$ も対角行列に近似するから影像イミタンス行列 $\mathbf{Z}_{0\alpha}, \mathbf{Y}_{0\alpha}$ も対角行列に近似し

$$\mathbf{Z}_{0\alpha} \cong \frac{Z_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_{0\alpha} \cong \sqrt{2} Y_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

それゆえ入力アドミタンス行列 $\mathbf{Y}_{\alpha\alpha}$ の λ^{-1} 部(虚数部)が補償により消失するのは, 終端アドミタンスが対角化された影像アドミタンス行列の中心周波数における値(公称値)に等しくなるからであると考えられる。

このような外部補償は大形化された Rat Race 回路^{2),3)}にも適用できる。

4. 直列 C による補償

前章では \mathbf{Y}_{ii} の小さな方にサセプタンスを加えて不足を補うことによる補償の操作と効果を述べたが, 逆に \mathbf{Y}_{ii} の大きい方に容量的な直列リアクタンスを付加することによる補償も考えられる。図-5を参照されたい。

いまポート a_1, b_1 に外から直列に付加するインピーダンスを $1/(\lambda C_1)$ とする。これはそれらのポートの終端インピーダンスを

$$Z_{1i} = Z_{3i} = \frac{1}{\sqrt{2}} Z_0 + \frac{1}{\lambda C_1} \quad (14)$$

としたことに相当する。ポート a_2, b_2 の終端アドミタンスは補償前と同様に $\sqrt{2} Y_0$ としておく。そうするとポート a_1, a_2 から見た回路の入力アドミタンス行列(式(6)の形)の(1,1)要素はつぎのように変形される。

$$Y_{a_1 i 1} \cong \sqrt{2} Y_0 + \frac{Y_0}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{C_1 Z_0} \right) \quad (15)$$

$|Y_{a_1 i 2}|$ が $|Y_{a_1 i 1}|, |Y_{a_2 i 2}|$ に比べて小さいとすると, ポート a_2 を終端したときポート a_1 から見た入力インピーダンス $Z_{a_1 i 1}$ は $Y_{a_1 i 1}$ の逆数で近似的に与えられ

$$Z_{a_1 i 1} \cong \frac{Z_0}{\sqrt{2}} - \frac{Z_0}{2\lambda} \left(1 + \frac{1}{C_1 Z_0} \right) \quad (16)$$

ポート a_1 には直列にインピーダンス $1/(\lambda C_1)$ が入っており, その外側のポート a_1 から回路を見ると C_1 によって修正されたインピーダンス $Z_{a_1 i 1}$ が見え

$$Z_{a211} = Z_{a11} + \frac{1}{\lambda C_1}$$

$$\therefore Z_{a211} \cong \frac{Z_0}{\sqrt{2}} - \frac{Z_0}{2\lambda} \left(1 - \frac{1}{C_1 Z_0} \right) \tag{17}$$

この式の第2項は虚数部であり、これを消失させるには

$$C_1 Z_0 = 1, \quad C_1 = Y_0 \tag{18}$$

このような補償インピーダンス $1/(\lambda C_1)$ をポート $a1, b1$ に付加したときポート $a2$ から見た入力アドミタンスの λ^{-1} 部も Y_{a12} の λ^{-1} 部も同時に消失し、ポート $a1$ から $a2$ への分離度が改善される。このように直列 C による補償によって各ポートの反射係数も分離度も改善されると予想される。

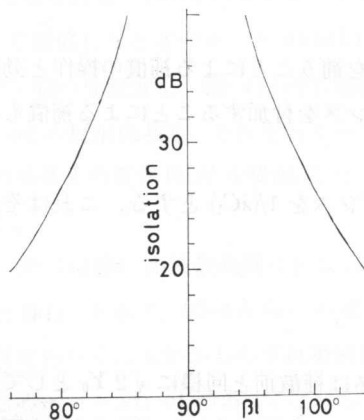
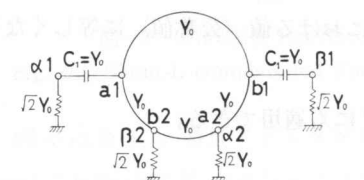


図-5 直列 C 補償 Rat Race 回路の分離度の周波数 (電気角) 特性

Fig. 5. Frequency (electrical angle) characteristics of the isolation of the series- C compensated Rat Race circuit.

図-5 はこのような補償を行なったときの分離度の、図-6 は反射係数の、それぞれ電気角特性を示す。分離度は $75^\circ < \beta l < 105^\circ$ の範囲で改善され、反射係数の改善は補償がポート $a1, b1$ に施されているにもかかわらず、ポート $a2, b2$ の方に対して著しい。

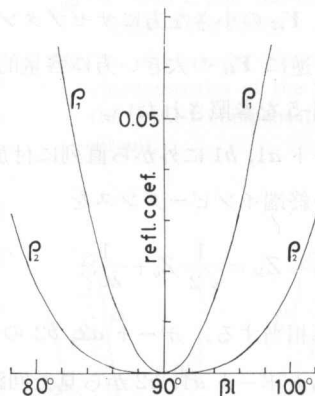


図-6 直列 C 補償 Rat Race 回路の反射係数の周波数 (電気角) 特性

Fig. 6. Frequency (electrical angle) characteristics of the reflection coefficients of the series- C compensated Rat Race circuit.

直列 C による補償の結果回路の映像インピーダンス行列がどうなったかを調べる。基本回路のアドミタンス行列 Y は、中心周波数の近傍では

$$Y \cong Y_0 \begin{pmatrix} 4\lambda^{-1} & 0 & -j & j \\ 0 & 2\lambda^{-1} & j & j \\ -j & j & 4\lambda^{-1} & 0 \\ j & j & 0 & 2\lambda^{-1} \end{pmatrix} \tag{19}$$

この行列 \mathbf{Y} の逆行列によって回路のインピーダンス行列 \mathbf{Z} を求める。

$$\mathbf{Z} \cong \frac{Z_0}{2} \begin{bmatrix} 3\lambda^{-1} & -\lambda^{-1} & j & -j \\ -\lambda^{-1} & 3\lambda^{-1} & -j & -j \\ j & -j & 3\lambda^{-1} & -\lambda^{-1} \\ -j & -j & -\lambda^{-1} & 3\lambda^{-1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

これに補償インピーダンス $1/(\lambda C_1) = \lambda^{-1}Z_0$ による修正を施すと, (1,1) 要素と (3,3) 要素だけが $\lambda^{-1}Z_0$ 増加するから, 補償された後の回路のインピーダンス行列 \mathbf{Z}_c は

$$\mathbf{Z}_c \cong \frac{Z_0}{2} \begin{bmatrix} 5\lambda^{-1} & -\lambda^{-1} & j & -j \\ -\lambda^{-1} & 3\lambda^{-1} & -j & -j \\ j & -j & 5\lambda^{-1} & -\lambda^{-1} \\ -j & -j & -\lambda^{-1} & 3\lambda^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\alpha\alpha} & \mathbf{Z}_{\alpha\beta} \\ \mathbf{Z}_{\beta\alpha} & \mathbf{Z}_{\beta\beta} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{Z}_{\alpha\alpha} = \mathbf{Z}_{\beta\beta} \cong \frac{Z_0}{2} \begin{bmatrix} 5\lambda^{-1} & -\lambda^{-1} \\ -\lambda^{-1} & 3\lambda^{-1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\mathbf{Z}_{\alpha\beta} = \mathbf{Z}_{\beta\alpha} \cong \frac{Z_0}{2} \begin{bmatrix} j & -j \\ -j & -j \end{bmatrix} \quad (23)$$

このインピーダンス行列 \mathbf{Z}_c の逆行列によって補償後の回路のアドミタンス行列 \mathbf{Y}_c を求める。

$$\mathbf{Y}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{\alpha\alpha} & \mathbf{Y}_{\alpha\beta} \\ \mathbf{Y}_{\beta\alpha} & \mathbf{Y}_{\beta\beta} \end{bmatrix} \cong Y_0 \begin{bmatrix} 5\lambda^{-1} & -\lambda^{-1} & -j & j \\ -\lambda^{-1} & 3\lambda^{-1} & j & j \\ -j & j & 5\lambda^{-1} & -\lambda^{-1} \\ j & j & -\lambda^{-1} & 3\lambda^{-1} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{Y}_{\alpha\alpha} = \mathbf{Y}_{\beta\beta} \cong Y_0 \begin{bmatrix} 5\lambda^{-1} & -\lambda^{-1} \\ -\lambda^{-1} & 3\lambda^{-1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\mathbf{Y}_{\alpha\beta} = \mathbf{Y}_{\beta\alpha} \cong Y_0 \begin{bmatrix} -j & j \\ j & j \end{bmatrix} \quad (26)$$

このように補償された後の回路の部分アドミタンス行列 $\mathbf{Y}_{\alpha\alpha}$ と部分インピーダンス行列 $\mathbf{Z}_{\alpha\alpha}$ とは相似である。

いま補償された後の回路のポート $\alpha 1, \alpha 2$ における影像イミタンス行列を $\mathbf{Z}_{0\alpha}, \mathbf{Y}_{0\alpha}$ とするとこれらは次式を満足する。

$$\mathbf{Z}_{0\alpha} \mathbf{Y}_{\alpha\alpha} \mathbf{Z}_{0\alpha} = \mathbf{Z}_{\alpha\alpha}, \quad \mathbf{Y}_{0\alpha} \mathbf{Z}_{\alpha\alpha} \mathbf{Y}_{0\alpha} = \mathbf{Y}_{\alpha\alpha} \quad (27)$$

ゆえに

$$(\mathbf{Z}_{0\alpha} \mathbf{Y}_{\alpha\alpha})^2 = \mathbf{Z}_{\alpha\alpha} \mathbf{Y}_{\alpha\alpha} \cong \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5\lambda^{-1} & -\lambda^{-1} \\ -\lambda^{-1} & 3\lambda^{-1} \end{bmatrix}^2 \quad (28)$$

$$(\mathbf{Y}_{0\alpha} \mathbf{Z}_{\alpha\alpha})^2 = \mathbf{Y}_{\alpha\alpha} \mathbf{Z}_{\alpha\alpha} \cong \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5\lambda^{-1} & -\lambda^{-1} \\ -\lambda^{-1} & 3\lambda^{-1} \end{bmatrix}^2 \quad (29)$$

$$\therefore \mathbf{Z}_{0\alpha} \mathbf{Y}_{\alpha\alpha} = \mathbf{Y}_{0\alpha} \mathbf{Z}_{\alpha\alpha} \cong \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 5\lambda^{-1} & -\lambda^{-1} \\ -\lambda^{-1} & 3\lambda^{-1} \end{bmatrix} \tag{30}$$

$$\mathbf{Z}_{0\alpha} \cong \frac{Z_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_{0\alpha} \cong \sqrt{2} Y_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{31}$$

このように直列 C によって補償を行なうと、補償後の回路の影像イミタンスの公称値は終端イミタンスと一致する。このことがこの補償により反射係数も分離度も改善される理由になっていると解釈し得る。

ところで直列 C に相当するインピーダンス $1/(\lambda C)$ をもつ素子を単独に実現することはできないが、もし終端装置が伝送線路を含んでいるならば、直列 C と伝送線路とを組合わせて二重同軸ケーブルまたは結合二線条線路の形にして実現することができる。

直列リアクタンス補償によりポート $\alpha 1, \alpha 2$ 間の結合アドミタンス $Y_{\alpha 12}$ は $Y_{\alpha 12}$ に $Z_{\alpha 11}/Z_{\alpha 11}$ を乗じて求められる。このことについては次章でも取扱う。

5. 複合補償

前章と前前章で見られたように、 ρ_1, ρ_2 に対する改善の度合をくらべると、分路 L による補償ではそれがポート $a 2, b 2$ に施されるにもかかわらず、 ρ_2 よりも ρ_1 の方が著しく改善され、直列 C による補償ではそれがポート $a 1, b 1$ に施されるにもかかわらず、 ρ_1 よりも ρ_2 の方が著しく改善される。

このように分路 L による補償と直列 C による補償とは、 ρ_1, ρ_2 の改善度に逆の傾向があるので両者を適当な割合で併用すれば、 ρ_1 も ρ_2 もかなり改善することができよう。そこで複合補償の考えが出てくる。

図-7 を参照されたい。ループに設けられたもとのポートを $a 1, a 2, b 1, b 2$ のままとし、 $a 1, b 1$ に直列にインピーダンス $1/(\lambda C_1)$ (特性アドミタンス C_1 , 長さ l の開放線路) を入れ、そ

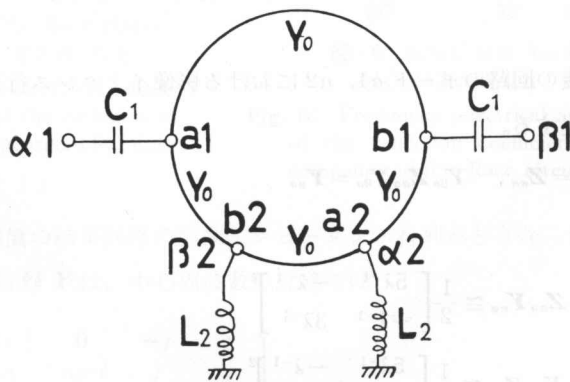


図-7 複合補償 Rat Race 回路

Fig. 7. Compound-compensated Rat Race circuit.

の外側につけたポートの名を $\alpha 1, \beta 1$ とする。ポート $a 2, b 2$ には分路にサセプタンス $1/(\lambda L_2)$ を接続し、接続後のポート名を $\alpha 2, \beta 2$ とする。

ポート $b 1$ から外を見たアドミタンスは

$$Y_{3l} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2} Y_0} + \frac{1}{\lambda C_1}} = \frac{\sqrt{2} Y_0}{1 + \frac{\sqrt{2} Y_0}{\lambda C_1}} \quad (32)$$

これは中心周波数の近傍では

$$Y_{3l} \cong \sqrt{2} Y_0 - \frac{2Y_0^2}{\lambda C_1} \quad (33)$$

ポート $a 1$ の終端アドミタンス Y_{1l} もこれと同じである。

ポート $a 2, b 2$ に分路に入っている短絡線路 L_2 のサセプタンス $1/(\lambda L_2)$ は, Y_{22}, Y_{44} を増加する働きをなし, 両方の L_2 をともに回路の一部とみなすと新しい Y_{22}, Y_{44} は

$$Y_{22} = Y_{44} \cong \lambda^{-1}(2Y_0 + L_2^{-1}) \quad (34)$$

となる。そうするととのループのポート $a 1, a 2$ から見た入力アドミタンス Y_{ai} は式 (6) で与えられ, Y_{11}, Y_{33} は式 (5a) の (1, 1) 要素で与えられるが, Y_{22}, Y_{44} は式 (34) で与えられ, Y_{3l} は式 (33) で, Y_{4l} は $\sqrt{2} Y_0$ で, $Y_{13}, Y_{14}, Y_{23}, Y_{24}$ は式 (5b) で与えられる。その結果 Y_{ai} の各要素はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} Y_{a\alpha 11} &\cong \sqrt{2} Y_0 + \lambda^{-1} Y_0 \left(1 + \frac{Y_0}{C_1} - \frac{1}{2L_2 Y_0} \right) \\ Y_{a\alpha 12} &\cong \lambda^{-1} Y_0 \left(1 - \frac{Y_0}{C_1} - \frac{1}{2L_2 Y_0} \right) \\ Y_{a\alpha 22} &\cong \sqrt{2} Y_0 - \lambda^{-1} Y_0 \left(1 - \frac{Y_0}{C_1} - \frac{1}{2L_2 Y_0} \right) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

ここで $C_1 = \infty$ とおけば分路 L 補償の場合に, $L_2 = \infty$ とおけば直列 C 補償の場合にそれぞれ帰着する。 Y_{ai} の逆行列, すなわちポート $a 1, a 2$ から見た回路の入力インピーダンスは

$$\mathbf{Z}_{ai} = \mathbf{Y}_{ai}^{-1} = \frac{1}{Y_{a\alpha 11} Y_{a\alpha 22} - Y_{a\alpha 12}^2} \begin{bmatrix} Y_{a\alpha 22} & -Y_{a\alpha 12} \\ -Y_{a\alpha 12} & Y_{a\alpha 11} \end{bmatrix} \quad (36)$$

で与えられるが, $|Y_{a\alpha 12}|$ が $|Y_{a\alpha 11}|, |Y_{a\alpha 22}|$ に比べて小さいと仮定すると,

$$\mathbf{Z}_{ai} = \begin{bmatrix} Z_{a\alpha 11} & Z_{a\alpha 12} \\ Z_{a\alpha 12} & Z_{a\alpha 22} \end{bmatrix} \doteq \begin{bmatrix} Y_{a\alpha 11}^{-1} & -Y_{a\alpha 12}/Y_{a\alpha 11} Y_{a\alpha 22} \\ -Y_{a\alpha 12}/Y_{a\alpha 11} Y_{a\alpha 22} & Y_{a\alpha 22}^{-1} \end{bmatrix} \quad (37)$$

この Z_{ai} の (1, 1) 要素に $1/(\lambda C_1)$ を加えれば直列 C_1 によって修正された回路 (ポート $\alpha 1, \alpha 2$) の入力インピーダンス Z_{ai} が求められる。すなわち

$$\mathbf{Z}_{ai} = \begin{bmatrix} Z_{a\alpha 11} & Z_{a\alpha 12} \\ Z_{a\alpha 12} & Z_{a\alpha 22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{a\alpha 11} + (1/\lambda C_1) & Z_{a\alpha 12} \\ Z_{a\alpha 12} & Z_{a\alpha 22} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
 Z_{a\epsilon 11} &= Z_{a\epsilon 11} + \frac{1}{\lambda C_1} \doteq \frac{1}{Y_{a\epsilon 11}} + \frac{1}{\lambda C_1} \\
 &\cong \frac{Z_0}{\sqrt{2}} - \frac{\lambda^{-1} Z_0}{2} \left(1 - \frac{Y_0}{C_1} - \frac{1}{2L_2 Y_0} \right) \tag{39}
 \end{aligned}$$

ゆえに複合補償の場合に $Z_{a\epsilon 11}$, $Z_{a\epsilon 22} (=Z_{a\epsilon 22} \doteq Y_{a\epsilon 22}^{-1})$ の λ^{-1} 部を消失させるための C_1 と L_2 との間の関係は

$$\frac{Y_0}{C_1} + \frac{1}{2L_2 Y_0} = 1 \tag{40}$$

なお補償後の相互アドミタンス $Y_{a\epsilon 12}$ は式(38)の(1,2)要素で与えられ

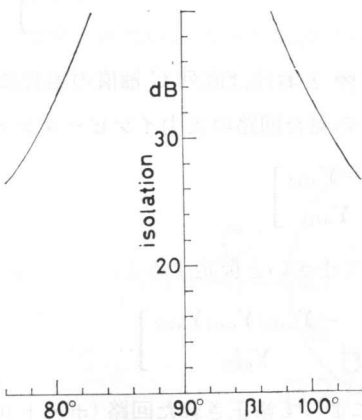
$$Y_{a\epsilon 12} = \frac{-Z_{a\epsilon 12}}{\left(Z_{a\epsilon 11} + \frac{1}{\lambda C_1} \right) Z_{a\epsilon 22} - Z_{a\epsilon 12}^2} \tag{41}$$

ここで $|Z_{a\epsilon 12}|$ が $|Z_{a\epsilon 11} + 1/(\lambda C_1)|$, $|Z_{a\epsilon 22}|$ にくらべて小さいとして分母の第2項を無視し式(37)を援用すると

$$Y_{a\epsilon 12} \doteq \frac{Y_{a\epsilon 12}}{1 + \frac{Y_{a\epsilon 11}}{\lambda C_1}} \doteq \frac{Z_{a\epsilon 11}}{Z_{a\epsilon 11} + (1/\lambda C_1)} \cdot Y_{a\epsilon 12} = \frac{Z_{a\epsilon 11}}{Z_{a\epsilon 11}} Y_{a\epsilon 12} \tag{42}$$

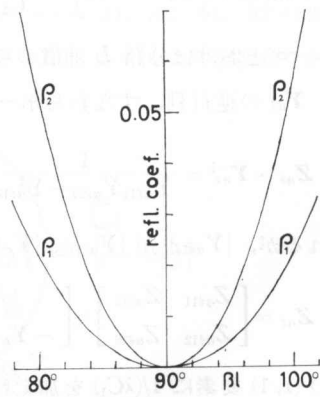
すなわち $Y_{a\epsilon 12}$ は $Y_{a\epsilon 12}$ の $(Z_{a\epsilon 11}/Z_{a\epsilon 11})$ 倍となる。中心周波数の近くでは $1/(\lambda C_1)$ は $Z_{a\epsilon 11}$ にくらべて小さいと考えられるので、 $Y_{a\epsilon 12}$ は $Y_{a\epsilon 12}$ にほとんど等しいが、中心周波数から離れると $|Z_{a\epsilon 11}|$ は $|Z_{a\epsilon 11}|$ よりも大きくなり、 $|Y_{a\epsilon 12}|$ は $|Y_{a\epsilon 12}|$ よりも小さくなる。そのため分離が幾分改善されることになる。

式(40)の左辺第1項は直列 C 補償による効果を、第2項は分路 L 補償による効果を示す



図—8 複合補償 Rat Race 回路の分離度の周波数(電気角)特性

Fig. 8. Frequency (electrical angle) characteristics of the isolation of the compound-compensated Rat Race circuit.



図—9 複合補償 Rat Race 回路の反射係数の周波数(電気角)特性

Fig. 9. Frequency (electrical angle) characteristics of the reflection coefficients of the compound-compensated Rat Race circuit.

ものであるが、両者の比率は適当にえらぶべきである。仮に両者をともに 0.5, 0.5 とすると、補償後の分離度および反射係数の周波数特性は 図-8, 図-9 のようになる。分離度の改善は分路 L だけの補償の場合と大差ないが、反射係数の方は L だけの補償や C だけの補償のときに比べて著しい改善がみられる。

なお 図-9 に見られるように 50% ずつの L, C 複合補償では ρ_2 (ポート $a2, b2$ の反射係数) の方が ρ_1 (ポート $a1, b1$ の反射係数) よりも大きい。すでに述べたように L による補償は ρ_1 は ρ_2 よりも一層改善し、 C による補償は ρ_2 を ρ_1 よりも一層改善する。そこで ρ_2 をもっと改善して ρ_1 と同程度にするには、 C による補償をもっと効かす必要がある。いま

$\beta l = 75^\circ$ において、式 (40) の関係を保ちつつ C 補償の割合を 0.5 から 1 まで (それに伴って L 補償の割合は 0.5 から 0 まで) 変えると、 ρ_1 と ρ_2 は 図-10 のように変化し、 $Y_0/C_1 = 0.68, 1/L_2 Y_0 = 0.32$ の付近で $\rho_1 = \rho_2 = 0.103$ となる。このような割合で複合補償を行なうと、中心周波数の近くのかなり広い周波数帯で ρ_1, ρ_2 をほとんど等しい値に改善することができる。

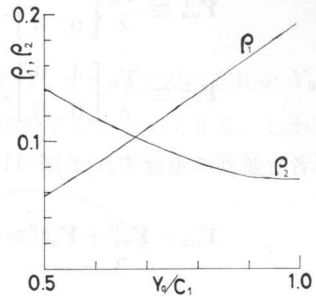


図-10 複合補償で $\beta l = 75^\circ$ のとき C 補償 L 補償の割合に対する反射係数の変化

Fig. 10. ρ_1, ρ_2 versus Y_0/C_1 of the compound-compensated Rat Race circuit, at $\beta l = 75^\circ$.

6. 重合法

前報告「Rat Race 回路の種々の変形」⁵⁾ において、Rat Race 回路の中心周波数付近での動作特性をほとんど変えずにループの寸法を大形にしうることを示した。それによれば、ループの三辺を等長にしたとき、普通的设计ではループの全長が $6l$ になるのに対し、全長が $(8n-2)l$ になるものと $(8n+2)l$ になるものとが得られ、この両者では Y_{aa} の二つの対角要素の大小関係が逆になっていること、また入力アドミタンス行列の Y_{aa} の二つの対角要素の λ^{-1} 部の符号も反対になっていることを知った。この二つの回路をくらべると Y_{ab} の形は同じであって Y_{aa} の形が異なっているが、両者を並列に重合すれば Y_{aa} の対角要素を等しくし、したがって Y_{aa} の λ^{-1} 部を消すことができよう。その一つの例としてループ全長 $10l$ のものと $14l$ のものとを並列に重合する操作と、その

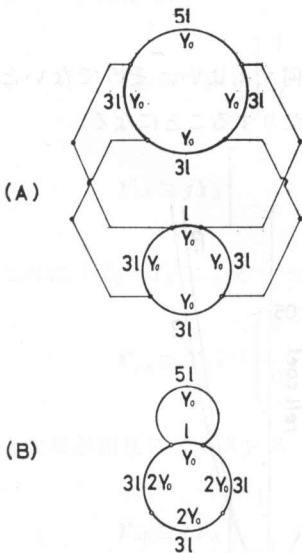


図-11 全長 $10l$ と $14l$ のループ・ハイブリッド回路の重合操作とその回路

Fig. 11. Duplex loop hybrid circuits.

結果得られる回路とを 図-11 に示す。図-11 (A) の上半分と下半分についてはそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_{aa}^{(1)} &\cong \frac{Y_0}{\lambda} \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}, & \mathbf{Y}_{ab}^{(1)} &\cong jY_0 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{Y}_{aa}^{(2)} &\cong \frac{Y_0}{\lambda} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}, & \mathbf{Y}_{ab}^{(2)} &\cong jY_0 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

両者を並列に重合すれば 図-11 (B) のような 8 字形回路が得られ、それについては

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_{aa} &= \mathbf{Y}_{aa}^{(1)} + \mathbf{Y}_{aa}^{(2)} \cong \frac{Y_0}{\lambda} \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ 0 & 12 \end{bmatrix} \\ \mathbf{Y}_{ab} &= \mathbf{Y}_{ab}^{(1)} + \mathbf{Y}_{ab}^{(2)} \cong jY_0 \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

となり \mathbf{Y}_{aa} は単位行列に相似となる。また

$$\mathbf{Y}_{af} = \mathbf{Z}_{aa}^{-1} \cong \frac{2Y_0\lambda}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\therefore \mathbf{Y}_{0a} = \sqrt{\mathbf{Y}_{aa} \mathbf{Z}_{aa}^{-1}} \cong 2\sqrt{2} Y_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

となり、各ポートの終端アドミタンス $2\sqrt{2} Y_0$ は合成回路の対角化された影象アドミタンス行列の対角要素の公称値 (すなわち中心周波数における値) と一致する。図-12、図-13 にその動作特性を示す。

重合の相手として選ぶべき二つの部分回路は \mathbf{Y}_{ab} が同形なら何でもよい。そうでないと重合の後には \mathbf{Y}_{ab} が全く別の形になったり、あるいは全く消滅したりすることになる。

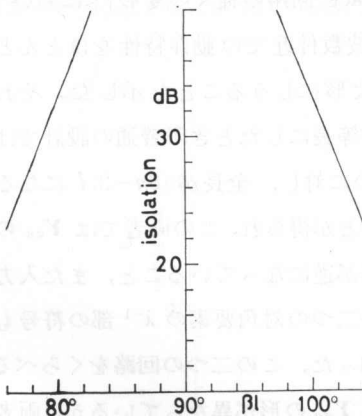


図-12 重合 15λ 回路の分離度の周波数 (電気角) 特性

Fig. 12. Frequency (electrical angle) characteristics of the isolation of the duplex 15λ loop hybrid circuit.

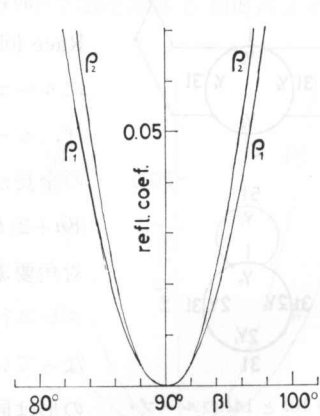


図-13 重合 15λ 回路の反射係数の周波数 (電気角) 特性

Fig. 13. Frequency (electrical angle) characteristics of the reflection coefficients of the duplex 15λ loop hybrid circuit.

7. 他の方法と補償法との併用

普通の Rat Race 回路でも上辺と側辺の特性アドミタンスを Y_0 とし、下辺のそれを $Y_0/3$ とすることにより、映像アドミタンス行列を対角化し伝送帯域を広くすることができる。しかしそのときはループの各辺の特性アドミタンスばかりでなく、終端アドミタンスも 3:1 の比になり、1:1 とは違いすぎて伝送装置の設計に不便を及ぼす。

そこでループの下辺の特性アドミタンスを $Y_0/3$ まで下げずに $2Y_0/3$ にとどめ、それで足りないところは外部の L 補償または C 補償で補う方法も考えられる。例として L 補償した場合を図-14 に示す。このときループ自体では

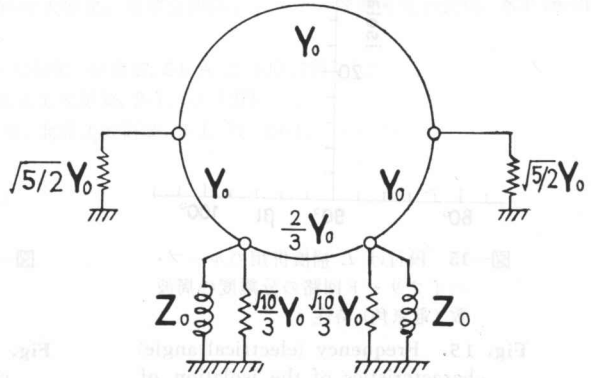


図-14 段付けと L 補償を併用したループ・ハイブリッド回路
 Fig. 14. Loop hybrid circuit using stepped characteristic admittances and shunt- L compensation.

$$\left. \begin{aligned} Y_{aa} &\cong Y_0 \lambda^{-1} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & \frac{5}{3} \end{bmatrix} \\ Y_{ab} &\cong jY_0 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

これに $1/L_2 = Y_0$ によるサセプタンス補償を行なうと、 Y_{aa} の (2,2) 要素が $\lambda^{-1}Y_0$ だけ増し

$$Y_{aa} \cong Y_0 \lambda^{-1} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & \frac{8}{3} \end{bmatrix} \quad (48)$$

となるが相互アドミタンス $Y_{a\beta}$ は Y_{ab} のままで変形せず

$$Y_{a\beta} \cong jY_0 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad (49)$$

そうすると補償後 β 端を開放して α 端から見たアドミタンス行列 Y_{af} は

$$Y_{af} \cong \lambda Y_0 \begin{bmatrix} \frac{5}{8} & 0 \\ 0 & \frac{5}{12} \end{bmatrix} \quad (50)$$

したがって映像アドミタンス行列 $Y_{0\alpha}$ は

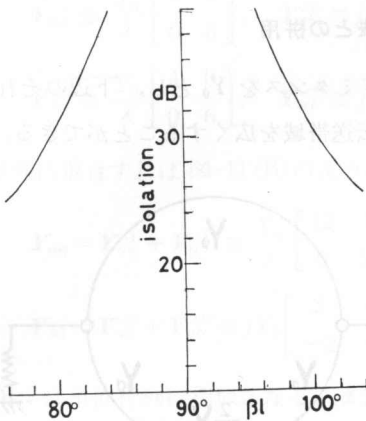


図-15 段付け L 補償併用のループ・ハイブリッド回路の分離度の周波数(電気角)特性

Fig. 15. Frequency (electrical angle) characteristics of the isolation of the loop hybrid circuit using stepped characteristic admittances and shunt- L compensation.

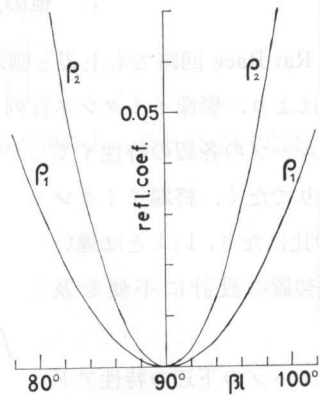


図-16 段付け L 補償併用のループ・ハイブリッド回路の反射係数の周波数(電気角)特性

Fig. 16. Frequency (electrical angle) characteristics of the reflection coefficients of the loop hybrid circuit using stepped characteristic admittances and shunt- L compensation.

$$Y_{0a} \cong Y_0 \begin{bmatrix} \sqrt{5/2} & 0 \\ 0 & \sqrt{10/3} \end{bmatrix} = Y_0 \begin{bmatrix} 1.581 & 0 \\ 0 & 1.054 \end{bmatrix} \quad (51)$$

この場合の動作特性を図-15, 16に示す。この特性はループの下辺を $Y_0/3$ にしたときとくらべればわずかに劣るが、ループ部分の特性アドミタンスの比(3:2), 終端アドミタンスの比($\sqrt{3}:2$)がずっと1:1に近くなっている。

8. 結 言

Rat Race 回路の特性を悪くする最大の要因は対向ポートの短絡自己アドミタンス (Y_{11} , Y_{22} ; $Y_{33} = Y_{11}$, $Y_{44} = Y_{22}$) が等しくないことである。この自己アドミタンスの差を補えば広帯域がある程度達成される。その一つの実現法は誘導性サセプタンスを適当なポートに接続すること(分路 L 補償)である。反対のポートに直列に容量を入れること(直列 C 補償)によっても同様な目的を達成することができる。分路 L 補償と直列 C 補償を併用することも可能である。

Y_{aa} の対角要素の大小関係が逆になっている二つの Rat Race 回路を並列重合することも、広帯域化の一つの方法である。

分路 L 補償, 直列 C 補償は大形化された Rat Race 回路にも適用できる。その効果等については別の機会に報告したい。

最後に平素から絶えず御指導を賜わっている本学学長松本秋男先生に厚く感謝の意を表します。

文 献

- 1) 伊藤健一： Rat-Race 回路の特性，信学誌，**44-2**，237 (1961-02).
- 2) 品田雄治，松本秋男： RAT-RACE 回路の大形化，信学会回路とシステム理論研究会資料，**CT70-21** (1970-07).
- 3) 品田雄治，松本秋男： Rat-Race 回路の大形化，信論誌，**54-A-2**，103 (1971-02).
- 4) 品田雄治： RAT-RACE 回路の解析，北見工大研報，**3-1**，63 (1971).
- 5) 品田雄治： RAT-RCE 回路の種々の変形，北見工大研報，**3-1**，77 (1971).