

Lastgruppen 法の連続長方形板解法への応用

菅 原 登

(昭和 45 年 4 月 7 日受理)

Application of Group-Load Method to Continuous Rectangular Plate

by Noboru SUGAWARA

Abstract

Studies on analyses of the continuous rectangular plates have already been reported by E. Bittner, G. Fischer, K. Ginkmann, U. Wegner, S. Woinowsky-Krieger, and some others. In these studies, they obtain the bending moments as the statically indeterminate forces by using conditions of the deformation of a plate on the slopes.

In this paper, however, the group-load method is applied to obtain the solution of the problems on the continuous rectangular plate; that is, by assuming that each support along the intermediate line on a continuous rectangular plate is composed of an infinite number of point supports, the group-load can be applied to those point supports.

A sine function, which is an orthogonality function, is used as this group-load, and the statically indeterminate forces are obtained easily by the elastic equation and then the solution is finally given by the superpose-rule.

For example, in the case of an isotropic continuous rectangular plate with two spans, in which all of the edges are simply supported, the influence surfaces of the bending moments are obtained.

The results are as follows:

- (1) The solution is mechanically obtained by this group-load method, which is effective when numerical calculations are made by a digital computer.
- (2) The calculated values by this group-load method are exactly the same as those values that are obtained by other methods.

1. ま え が き

Lastgruppen 法は連続桁や格子桁等の解析に巧妙に応用され、演算を電子計算機の利用に便利な形として、種々の成果表の作製に有効な力を発揮したとすることができる。

連続長方形板については、E. Bittner, G. Fischer, K. Girkmann, U. Wegner, S. Woinowsky-Krieger 等の研究がある。これらの研究は、基本的には不静定力として曲げモーメントを選び、撓み角の関係の条件からこの不静定力を求めて解法を進めている。

しかしここでは、この Lastgruppen 法を連続長方形板の解法に応用したものである。連続長方形板において、剛支承で単純支持された中間支承を無限数の点支持の集合と考えるとき、これは無限数の点支持を有する連続長方形板としての取り扱いをすることができる。したがって、この点支持の間に Lastgruppen を挿入して不静定力を求めることができる。すなわち、直交関数である正弦関数を Lastgruppen として選び、弾性方程式からこの不静定力を求め、重ね合わせの法則によって撓み曲面の解を誘導することができる。

簡単な例として、相対する 2 辺が単純支持され他の 2 辺も単純支持されている等方性の長方形板において、剛支承で単純支持された 1 個の中間支承を有する連続板の曲げモーメント影響面を求めた。また、不静定力として曲げモーメントを選んだ場合の解をも誘導し、電子計算機による数値計算を行なって比較検討した。

2. 相対する 2 辺が単純支持され他の 2 辺も単純支持されている
長方形板に線荷重または集中荷重が作用するときの解

等方性板の撓み曲面 w の満足する基礎微分方程式は次のように与えられる。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{K}$$

ここに p : 平板上の任意点に作用する荷重強度
 K : 平板の曲げ剛度で、厚さを h , 弾性係数を E , Poisson's ratio
を μ とすれば $K = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$

}

(1)

図-1 のような長方形板において、 $y=v, y'=v'$ に

$$\bar{p}(x) = \sum_n \bar{p}_n \sin \alpha_n x$$

ここに \bar{p}_n : 任意の定数, $\alpha_n = \frac{n\pi}{a}$
 $n=1, 2, 3, \dots$

}

(2)

が荷重として作用するときは、平板を $y=v, y'=v'$ で切り離して考えると、2 つに分けた平板には荷重が作用していないから、式 (1) に属する同次微分方程式の一般解を利用することができ

る。すなわち、 $y=0, y'=0$ の境界条件と $y=v, y'=v'$ の連続条件から撓み曲面の解が求められる。

式 (1) に属する同次微分方程式の一般解は、M. Levy の方法により求めることができる。すなわち、

$$w = \sum_n Y_n(y) \sin \alpha_n x$$

(3)

と置いて、式 (1) に属する同次微分方程式に代入すれば

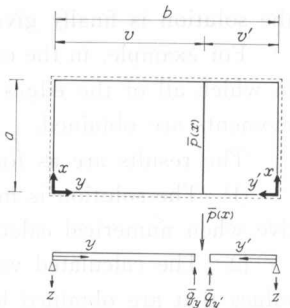


図-1

$$\alpha_n^4 Y_n(y) - 2\alpha_n^2 \frac{d^2 Y_n(y)}{dy^2} + \frac{d^4 Y_n(y)}{dy^4} = 0 \quad (4)$$

となるから、 $D = \frac{d}{dy}$ とすると式(4)は

$$(\alpha_n^2 - D^2)^2 = 0 \quad (5)$$

となる。式(5)から2組の等根が得られ、これを $+\alpha_n$, $-\alpha_n$, $-\alpha_n$, $+\alpha_n$ とすれば独立解として

$$\cosh \alpha_n y, \quad y \sinh \alpha_n y, \quad \sinh \alpha_n y, \quad y \cosh \alpha_n y \quad (6)$$

が求められる。したがって、境界条件より決定される定数を A_n , B_n , C_n , D_n とし、 w の微分式が整理のときに好都合であるように α_n を付加すると、式(1)に属する同次微分方程式の一般解は次のように表わされる。

$$w = \sum_n \frac{1}{\alpha_n^2} (A_n \cosh \alpha_n y + B_n \alpha_n y \sinh \alpha_n y + C_n \sinh \alpha_n y + D_n \alpha_n y \cosh \alpha_n y) \sin \alpha_n x \quad (7)$$

式(7)から次の微分式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial x} &= \sum_n \frac{1}{\alpha_n} (A_n \cosh \alpha_n y + B_n \alpha_n y \sinh \alpha_n y \\ &\quad + C_n \sinh \alpha_n y + D_n \alpha_n y \cosh \alpha_n y) \cos \alpha_n x \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= - \sum_n (A_n \cosh \alpha_n y + B_n \alpha_n y \sinh \alpha_n y \\ &\quad + C_n \sinh \alpha_n y + D_n \alpha_n y \cosh \alpha_n y) \sin \alpha_n x \\ \frac{\partial x^2 \partial y}{\partial^3 w} &= - \sum_n \alpha_n \left[(A_n + B_n) \sinh \alpha_n y + B_n \alpha_n y \cosh \alpha_n y \right. \\ &\quad \left. + (C_n + D_n) \cosh \alpha_n y + D_n \alpha_n y \sinh \alpha_n y \right] \sin \alpha_n x \\ \frac{\partial w}{\partial y} &= \sum_n \frac{1}{\alpha_n} \left[(A_n + B_n) \sinh \alpha_n y + B_n \alpha_n y \cosh \alpha_n y \right. \\ &\quad \left. + (C_n + D_n) \cosh \alpha_n y + D_n \alpha_n y \sinh \alpha_n y \right] \sin \alpha_n x \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= \sum_n \left[(A_n + 2B_n) \cosh \alpha_n y + B_n \alpha_n y \sinh \alpha_n y \right. \\ &\quad \left. + (C_n + 2D_n) \sinh \alpha_n y + D_n \alpha_n y \cosh \alpha_n y \right] \sin \alpha_n x \\ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} &= \sum_n \alpha_n \left[(A_n + 3B_n) \sinh \alpha_n y + B_n \alpha_n y \cosh \alpha_n y \right. \\ &\quad \left. + (C_n + 3D_n) \cosh \alpha_n y + D_n \alpha_n y \sinh \alpha_n y \right] \sin \alpha_n x \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

境界条件としては、座標系 (x, y) によって表わされる平板において、 $y=0$ の辺が単純支持の場合は、幾何学的には境界の方向における撓み、撓み角、撓み曲面の曲率は0であり、力学的には境界に垂直な方向の曲げモーメントは0である。すなわち、

$$(w) = 0 \quad (9)$$

$$(m_y)=0, \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)=0 \text{ から}$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)=0 \quad (10)$$

である。式(9), (10)の条件を式(7), (8)に代入して

$$A_n=0, \quad B_n=0 \quad (11)$$

となる。同様に座標系 (x, y') によって表わされる平板において, $y'=0$ の辺も単純支持の場合は

$$A'_n=0, \quad B'_n=0 \quad (12)$$

となる。したがって, 式(11), (12)の定数を有する撓み曲面 w, w' は次のように表わされる。

$0 \leq y \leq v$ の領域で

$$w = \sum_n \frac{1}{\alpha_n^2} (C_n \sinh \alpha_n y + D_n \alpha_n y \cosh \alpha_n y) \sin \alpha_n x$$

$0 \leq y' \leq v'$ の領域で

$$w' = \sum_n \frac{1}{\alpha_n^2} (C'_n \sinh \alpha_n y' + D'_n \alpha_n y' \cosh \alpha_n y') \sin \alpha_n x$$

(13)

連続条件としては, $y=v, y'=v'$ において, 両撓み曲面は連続しなければならないから, 幾何学的には切り離れた線の方における撓み, 撓み角, 撓み曲面の曲率は等しく, この関係は切り離れた線に垂直な方向についてもなりたつ。力学的にはせん断力 $\bar{q}_y, \bar{q}_{y'}$ の和は荷重 $\bar{p}(x)$ に等しい。すなわち,

$$(w) = (w'), \quad \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) = -\left(\frac{\partial w'}{\partial y'}\right) \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = \left(\frac{\partial^2 w'}{\partial y'^2}\right), \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) = \left(\frac{\partial^2 w'}{\partial x^2}\right), \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right) = -\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y'}\right), \quad \bar{q}_y + \bar{q}_{y'} = \bar{p}(x) \text{ から}$$

$$(\Delta w) = (\Delta w'), \quad \left(\frac{\partial(\Delta w)}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial(\Delta w')}{\partial y'}\right) = -\sum_n \frac{\bar{p}_n}{K} \sin \alpha_n x \quad (15)$$

である。式(14), (15)の条件を式(7), (8)に代入して

$$\left. \begin{aligned} C_n \sinh \alpha_n v + D_n \alpha_n v \cosh \alpha_n v - C'_n \sinh \alpha_n v' - D'_n \alpha_n v' \cosh \alpha_n v' &= 0 \\ C_n \cosh \alpha_n v + D_n (\cosh \alpha_n v + \alpha_n v \sinh \alpha_n v) \\ &\quad + C'_n \cosh \alpha_n v' + D'_n (\cosh \alpha_n v' + \alpha_n v' \sinh \alpha_n v') = 0 \\ 2D_n \sinh \alpha_n v - 2D'_n \sinh \alpha_n v' &= 0 \\ 2D_n \cosh \alpha_n v + 2D'_n \cosh \alpha_n v' &= -\frac{\bar{p}_n}{K \alpha_n} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

となる。式(16)から未知定数を求めると

$$\left. \begin{aligned} C_n &= \frac{\bar{p}_n \sinh \alpha_n v'}{2K \alpha_n \sinh \alpha_n b} (1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b - \alpha_n v' \coth \alpha_n v') \\ D_n &= -\frac{\bar{p}_n \sinh \alpha_n v'}{2K \alpha_n \sinh \alpha_n b} \\ C'_n &= \frac{\bar{p}_n \sinh \alpha_n v}{2K \alpha_n \sinh \alpha_n b} (1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b - \alpha_n v \coth \alpha_n v) \\ D'_n &= -\frac{\bar{p}_n \sinh \alpha_n v}{2K \alpha_n \sinh \alpha_n b} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

が得られるから、相対する2辺が単純支持され他の2辺も単純支持されている長方形板に、線荷重または集中荷重が作用するときの撓み曲面 w , w' の解は、式(17)を式(13)に代入して次のように求められる。

$0 \leq y \leq v$ の領域で

$$w = \frac{1}{2K} \sum_n \frac{\bar{p}_n \sinh \alpha_n v' \sinh \alpha_n y}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} (1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b - \alpha_n v' \coth \alpha_n v' - \alpha_n y \coth \alpha_n y) \sin \alpha_n x = \frac{1}{2K} \sum_n \frac{\bar{f}_n}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \Phi(v', y) \sin \alpha_n x$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \Phi(v', y) &= \sinh \alpha_n v' \sinh \alpha_n y (1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b \\ &\quad - \alpha_n v' \coth \alpha_n v' - \alpha_n y \coth \alpha_n y) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$0 \leq y' \leq v'$ の領域で

$$w' = \frac{1}{2K} \sum_n \frac{\bar{p}_n \sinh \alpha_n v \sinh \alpha_n y'}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} (1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b - \alpha_n v \coth \alpha_n v - \alpha_n y' \coth \alpha_n y') \sin \alpha_n x = \frac{1}{2K} \sum_n \frac{\bar{f}_n}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \Phi(v, y') \sin \alpha_n x$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \Phi(v, y') &= \sinh \alpha_n v \sinh \alpha_n y' (1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b \\ &\quad - \alpha_n v \coth \alpha_n v - \alpha_n y' \coth \alpha_n y') \end{aligned} \right\}$$

ここで、 $y=v$, $y'=v'$ に正弦荷重 $\sin \alpha_i x$ が作用するときは、周期 $2a$ の x の奇関数としての Fourier 級数で表わすと

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}(x) &= \sum_n \bar{p}_n \sin \alpha_n x \\ &= \frac{2}{a} \sum_n \left(\int_0^a \sin \alpha_i x \sin \alpha_n x dx \right) \sin \alpha_n x = \begin{cases} \sin \alpha_n x & i = n \\ 0 & i \neq n \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここに

$$\alpha_i = \frac{i\pi}{a}, \quad \alpha_n = \frac{n\pi}{a}, \quad i, n = 1, 2, 3, \dots$$

であるから式(18)に

$$\bar{p}_n = \frac{2}{a} \int_0^a \sin \alpha_i x \sin \alpha_n x dx \quad (20)$$

を代入すればよい。また、 $x=u, y=v (y'=v')$ の点に集中荷重 P が作用するときは、Fourier 級数展開して

$$\bar{p}(x)=\frac{2P}{a}\sum_n\sin\alpha_nu\sin\alpha_nx\tag{21}$$

であるから (18) 式に

$$\bar{p}_n=\frac{2P}{a}\sin\alpha_nu\tag{22}$$

を代入すればよい。

このようにして、撓み曲面が求められるから、線荷重または集中荷重が作用するときの断面力、反力等を求めることができる。

3. 2 径間連続長方形板の撓み曲面影響面

図-2 は剛支承で単純支持された 1 個の中間支承を有する 2 径間連続長方形板であるが、中間支承を無限数の点支持の集合と考えるとき、これは無限数の点支持を有する連続長方形板としての取り扱いをすることができる。すなわち、中間の点支持を除いて、相対する 2 辺が単純支持され他の 2 辺も単純支持されている長方形板を基本系とし、代わりに不静定力として、直交関数である正弦関数 $X_\varepsilon=\sin\alpha_\varepsilon x$ を挿入する。

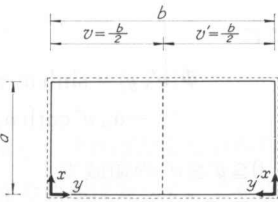


図-2

2 径間連続長方形板の上を、垂直荷重 $P=1$ が作用して移動するときの不静定力影響面は、次の弾性方程式から得られる。

$$AX+PD=0$$

ここに

$$A=\begin{bmatrix}\delta_{11}&\cdots&\delta_{1m}\\\vdots&\ddots&\vdots\\\delta_{m1}&\cdots&\delta_{mm}\end{bmatrix},\quad X=\begin{bmatrix}X_1\\\vdots\\X_m\end{bmatrix},\quad D=\begin{bmatrix}\delta_{\varepsilon 0}\\\vdots\\\delta_{m0}\end{bmatrix}\tag{23}$$

$\delta_{\varepsilon j}$: 基本系において、 $X_j=\sin\alpha_jx$ の力と $X_\varepsilon=\sin\alpha_\varepsilon x$ による撓みとの間でなす仕事

$\delta_{\varepsilon 0}$: 基本系において、 $X_\varepsilon=\sin\alpha_\varepsilon x$ による撓み曲面図に相当

$i, j=1, 2, 3, \cdots$

ここで、 $\delta_{\varepsilon j}$ は式 (18) の \bar{f}_n に式 (20) を代入して得た撓みに $\sin\alpha_jx$ を乗じて、区間 $(0, a)$ にて積分して求められる。このとき、式 (23) の matrix A は対角線要素のみが値をもち、それ以外の要素は 0 であるから

$$\left. \begin{aligned}
 \delta_{ij} &= \frac{1}{2K} \int_0^a \left[\sum_n \frac{\frac{2}{a} \int_0^a \sin \alpha_i x \sin \alpha_n x dx}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \right. \\
 &\quad \times \left(1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b - \alpha_n \frac{b}{2} \coth \alpha_n \frac{b}{2} \right. \\
 &\quad \left. \left. - \alpha_n \frac{b}{2} \coth \alpha_n \frac{b}{2} \right) \sin \alpha_n x \right] \sin \alpha_j x dx \\
 &= \begin{cases} \frac{a}{4K \alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right) & i = j = n \\ 0 & i \neq j \neq n \end{cases} \quad (24)
 \end{aligned} \right\}$$

ここに

$$\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right) = \sinh^2 \alpha_n \frac{b}{2} \left(1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b - 2 \alpha_n \frac{b}{2} \coth \alpha_n \frac{b}{2} \right)$$

$$\alpha_i = \frac{i\pi}{a}, \quad \alpha_n = \frac{n\pi}{a}, \quad i, j, n = 1, 2, 3, \dots$$

となる。また、 δ_{i0} は式 (18) の \bar{p}_n に式 (20) を代入して直ちに求められるから、座標系 (x, y) の領域に $P=1$ が作用するときの不静定力影響面 „ X_i ” は、 δ_{i0} の (x, y) を (u, v) に、同様に座標系 (x, y') の領域に $P=1$ が作用するときの不静定力影響面 „ X_i' ” は、 δ_{i0} の (x, y') を (u, v') に置き換えて

$0 \leq v \leq \frac{b}{2}$ の領域で

$$\begin{aligned}
 \text{„}X_i\text{”} &= -\frac{\delta_{i0}}{\delta_{ii}} = -\frac{2 \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n v}{a \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \left(1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b \right. \\
 &\quad \left. - \alpha_n \frac{b}{2} \coth \alpha_n \frac{b}{2} - \alpha_n v \coth \alpha_n v \right) \sin \alpha_n u \\
 &= -\frac{2}{a \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \Phi\left(\frac{b}{2}, v\right) \sin \alpha_n u
 \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned}
 \Phi\left(\frac{b}{2}, v\right) &= \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n v \left(1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b \right. \\
 &\quad \left. - \alpha_n \frac{b}{2} \coth \alpha_n \frac{b}{2} - \alpha_n v \coth \alpha_n v \right) \quad (25)
 \end{aligned}$$

$0 \leq v' \leq \frac{b}{2}$ の領域で

$$\begin{aligned}
 \text{„}X_i'\text{”} &= -\frac{\delta_{i0}}{\delta_{ii}} = -\frac{2 \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n v'}{a \Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \left(1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b \right. \\
 &\quad \left. - \alpha_n \frac{b}{2} \coth \alpha_n \frac{b}{2} - \alpha_n v' \coth \alpha_n v' \right) \sin \alpha_n u
 \end{aligned}$$

$$= -\frac{2}{a\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \Phi\left(\frac{b}{2}, v'\right) \sin \alpha_n u$$

ここに

$$\begin{aligned} \Phi\left(\frac{b}{2}, v'\right) &= \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n v' \left(1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b \right. \\ &\quad \left. - \alpha_n \frac{b}{2} \coth \alpha_n \frac{b}{2} - \alpha_n v' \coth \alpha_n v'\right) \end{aligned}$$

として summation のつかない形で、それぞれ単独に求められる。したがって、図-2 のような 2 径間連続長方形板の上を、垂直荷重 $P=1$ が作用して移動するとき、着目点が座標系 (x, y) の領域にある場合の撓み曲面影響面 „ $w_{(x,y)}$ ” は、重ね合わせの法則により

$0 \leq v \leq y$ の領域で

$$„w_{(x,y)}” = „w_{(x,y')}^0” + \sum_{\ell} w_{(x,y)\ell} „X_{\ell}”$$

$y \leq v \leq \frac{b}{2}$ の領域で

$$„w_{(x,y)}” = „w_{(x,y)}^0” + \sum_{\ell} w_{(x,y)\ell} „X_{\ell}”$$

$0 \leq v' \leq \frac{b}{2}$ の領域で

$$„w_{(x,y)}” = „w_{(x,y)}^0” + \sum_{\ell} w_{(x,y)\ell} „X'_{\ell}”$$

ここに „ $w_{(x,y)}^0$ ”, „ $w_{(x,y')}^0$ ”: 基本系において、 $P=1$ による任意点の撓み曲面影響面

„ $w_{(x,y)\ell}$ ”: 基本系において、 $X_{\ell} = \sin \alpha_{\ell} x$ による撓み曲面図の点 (x, y) の値

(26)

から求められ、式 (18), (20), (22), (25), (26) より次のように表わされる。

$0 \leq v \leq y$ の領域で

$$\begin{aligned} „w_{(x,y)}” &= \frac{1}{Ka} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \left[\Phi(v, y') \right. \\ &\quad - \frac{\Phi\left(\frac{b}{2}, v\right)}{\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n y \left(1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b \right. \\ &\quad \left. - \alpha_n \frac{b}{2} \coth \alpha_n \frac{b}{2} - \alpha_n y \coth \alpha_n y \right) \Big] \\ &= \frac{1}{Ka} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \left[\Phi(v, y') - \frac{\Phi\left(\frac{b}{2}, v\right)}{\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) \right] \end{aligned}$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) &= \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n y \left(1 + \alpha_n b \coth \alpha_n b \right. \\ &\quad \left. - \alpha_n \frac{b}{2} \coth \alpha_n \frac{b}{2} - \alpha_n y \coth \alpha_n y \right) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$y \leq v \leq \frac{b}{2}$ の領域で

$$,,w_{(x,y)}'' = \frac{1}{Ka} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \left[\Phi(v', y) - \frac{\Phi\left(\frac{b}{2}, v\right)}{\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) \right]$$

$0 \leq v' \leq \frac{b}{2}$ の領域で

$$,,w_{(x,y)}'' = \frac{1}{Ka} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \left[\Phi(v', y) - \frac{\Phi\left(\frac{b}{2}, v'\right)}{\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) \right]$$

同様に着目点が座標系 (x, y') の領域にある場合の撓み曲面影響面も求められる。

このようにして、撓み曲面影響面が求められるから、断面力、反力等の影響面を求めることができる。

4. 2 径間連続長方形板の曲げモーメント影響面

図-2 のような 2 径間連続長方形板において、着目点が座標系 (x, y) の領域にある場合の曲げモーメント影響面 $,,m_{x(x,y)}''$, $,,m_{y(x,y)}''$ は

$$,,m_{x(x,y)}'' = -K \left(\frac{\partial^2 ,,w''}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 ,,w''}{\partial y^2} \right), \quad ,,m_{y(x,y)}'' = -K \left(\frac{\partial^2 ,,w''}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 ,,w''}{\partial x^2} \right) \quad (28)$$

であるから、式 (26) より

$0 \leq v \leq y$ の領域で

$$,,m_{x(x,y)}'' = -K \left[\left(\frac{\partial^2 ,,w_{(x,y')}^0}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 ,,w_{(x,y')}^0}{\partial y'^2} \right)'' + \sum_{\xi} \left(\frac{\partial^2 w_{(x,y)\xi}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w_{(x,y)\xi}}{\partial y^2} \right) ,,X_{\xi}'' \right]$$

$y \leq v \leq \frac{b}{2}$ の領域で

$$,,m_{x(x,y)}'' = -K \left[\left(\frac{\partial^2 ,,w_{(x,y)}^0}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 ,,w_{(x,y)}^0}{\partial y^2} \right)'' + \sum_{\xi} \left(\frac{\partial^2 w_{(x,y)\xi}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w_{(x,y)\xi}}{\partial y^2} \right) ,,X_{\xi}'' \right] \quad (29)$$

$0 \leq v' \leq \frac{b}{2}$ の領域で

$$\begin{aligned}
 {}_{,,}m_{x(x,y)}'' &= -K \left[\left(\frac{\partial^2 {}_{,,}\omega_{(x,y)}^0}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 {}_{,,}\omega_{(x,y)}^0}{\partial y^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \sum_i \left(\frac{\partial^2 \omega_{(x,y)i}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega_{(x,y)i}}{\partial y^2} \right) {}_{,,}X_i'' \right] \\
 \text{ここに } i &= 1, 2, 3, \dots \\
 0 \leq v \leq y \text{ の領域で} \\
 {}_{,,}m_{y(x,y)}'' &= -K \left[\left(\frac{\partial^2 {}_{,,}\omega_{(x,y')}^0}{\partial y'^2} + \mu \frac{\partial^2 {}_{,,}\omega_{(x,y')}^0}{\partial x^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \sum_i \left(\frac{\partial^2 \omega_{(x,y)i}}{\partial y'^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega_{(x,y)i}}{\partial x^2} \right) {}_{,,}X_i'' \right] \\
 y \leq v \leq \frac{b}{2} \text{ の領域で} \\
 {}_{,,}m_{y(x,y)} &= -K \left[\left(\frac{\partial^2 {}_{,,}\omega_{(x,y)}^0}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 {}_{,,}\omega_{(x,y)}^0}{\partial x^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \sum_i \left(\frac{\partial^2 \omega_{(x,y)i}}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega_{(x,y)i}}{\partial x^2} \right) {}_{,,}X_i'' \right] \\
 0 \leq v' \leq \frac{b}{2} \text{ の領域で} \\
 {}_{,,}m_{y(x,y)}'' &= -K \left[\left(\frac{\partial^2 {}_{,,}\omega_{(x,y)}^0}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 {}_{,,}\omega_{(x,y)}^0}{\partial x^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \sum_i \left(\frac{\partial^2 \omega_{(x,y)i}}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega_{(x,y)i}}{\partial x^2} \right) {}_{,,}X_i'' \right]
 \end{aligned} \tag{30}$$

として求められ、式(27)の微分式を式(29)、(30)に代入して次のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 0 \leq v \leq y \text{ の領域で} \\
 {}_{,,}m_{x(x,y)}'' &= \frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left\{ (1-\mu) \Phi(v, y') + 2\mu \sinh \alpha_n v \sinh \alpha_n y' \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\Phi\left(\frac{b}{2}, v\right)}{\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) + 2\mu \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n y \right] \right\} \\
 y \leq v \leq \frac{b}{2} \text{ の領域で} \\
 {}_{,,}m_{x(x,y)}'' &= \frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left\{ (1-\mu) \Phi(v', y) + 2\mu \sinh \alpha_n v' \sinh \alpha_n y \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\Phi\left(\frac{b}{2}, v\right)}{\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) + 2\mu \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n y \right] \right\} \\
 0 \leq v' \leq \frac{b}{2} \text{ の領域で} \\
 {}_{,,}m_{x(x,y)}'' &= \frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left\{ (1-\mu) \Phi(v', y) + 2\mu \sinh \alpha_n v' \sinh \alpha_n y \right.
 \end{aligned} \tag{31}$$

$$-\frac{\Phi\left(\frac{b}{2}, v'\right)}{\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) + 2\mu \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n y \right] \Bigg\}$$

ここに $\alpha_n = \frac{n\pi}{a}$, $n=1, 2, 3, \dots$

$0 \leq v \leq y$ の領域で

$$\begin{aligned} \text{,,}m_{y(x,y)}\text{''} = & -\frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left\{ (1-\mu) \Phi(v, y') - 2 \sinh \alpha_n v \sinh \alpha_n y' \right. \\ & \left. - \frac{\Phi\left(\frac{b}{2}, v\right)}{\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) - 2 \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n y \right] \right\} \end{aligned}$$

$y \leq v \leq \frac{b}{2}$ の領域で

$$\begin{aligned} \text{,,}m_{y(x,y)}\text{''} = & -\frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left\{ (1-\mu) \Phi(v', y) - 2 \sinh \alpha_n v' \sinh \alpha_n y \right. \\ & \left. - \frac{\Phi\left(\frac{b}{2}, v\right)}{\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) - 2 \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n y \right] \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

$0 \leq v' \leq \frac{b}{2}$ の領域で

$$\begin{aligned} \text{,,}m_{y(x,y)}\text{''} = & -\frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left\{ (1-\mu) \Phi(v', y) - 2 \sinh \alpha_n v' \sinh \alpha_n y \right. \\ & \left. - \frac{\Phi\left(\frac{b}{2}, v'\right)}{\Phi\left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right)} \left[(1-\mu) \Phi\left(\frac{b}{2}, y\right) - 2 \sinh \alpha_n \frac{b}{2} \sinh \alpha_n y \right] \right\} \end{aligned}$$

ここで、式(31), (32)の数値計算を行なうための program を作製し、一例として、 $a=80$ cm (8 分割で計算)、 $b=160$ cm (16 分割で計算)、 $\mu=0.3$ のとき、着目点 $\left(x=\frac{a}{4}, y=\frac{b}{4}\right)$, $\left(x=\frac{a}{2}, y=\frac{b}{4}\right)$, $\left(x=\frac{a}{4}, y=\frac{b}{2}\right)$, $\left(x=\frac{a}{2}, y=\frac{b}{2}\right)$ における曲げモーメント影響面を求めて図に描くと図-3~図-10 のようになる。

数値計算においては、着目点に $P=1$ が接近するとき収斂性は悪くなる傾向が明らかであった。そして、 $n=7$ で充分収斂することを確認した。すなわち、 $n=5$ についての計算結果と比較して、着目点に極く接近して $P=1$ が作用するときのみ差はあったが、それ以外では有効数字 3 桁位まで一致した。また、 $n=9$ についての計算では overflow した。

なお、これらの数値計算は東京大学大型計算機センターにおける HITAC 5020 によった。

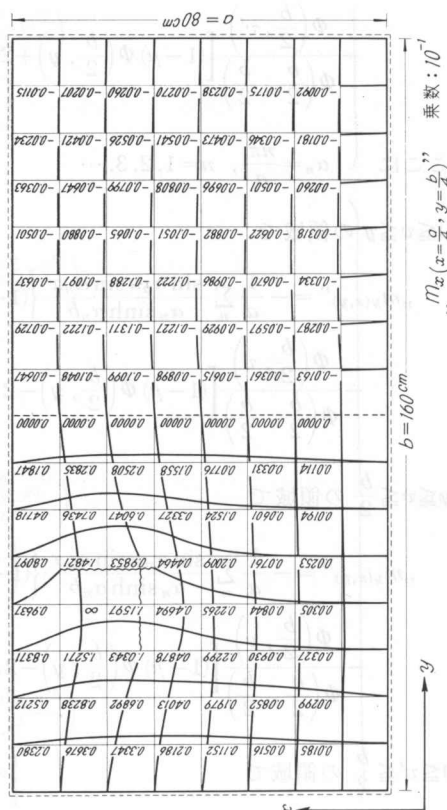
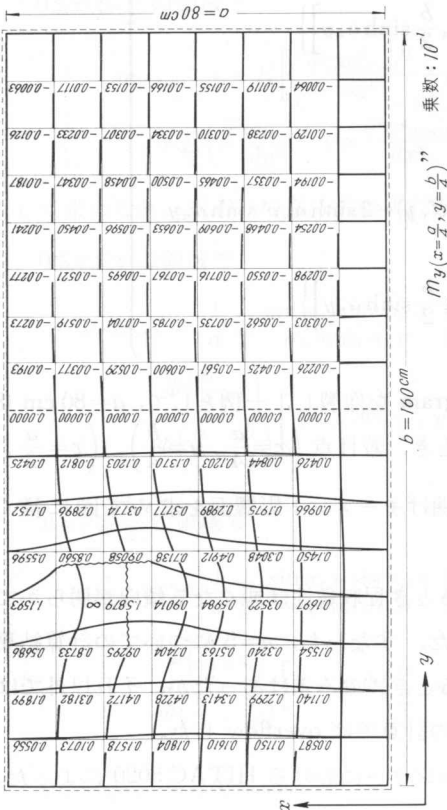
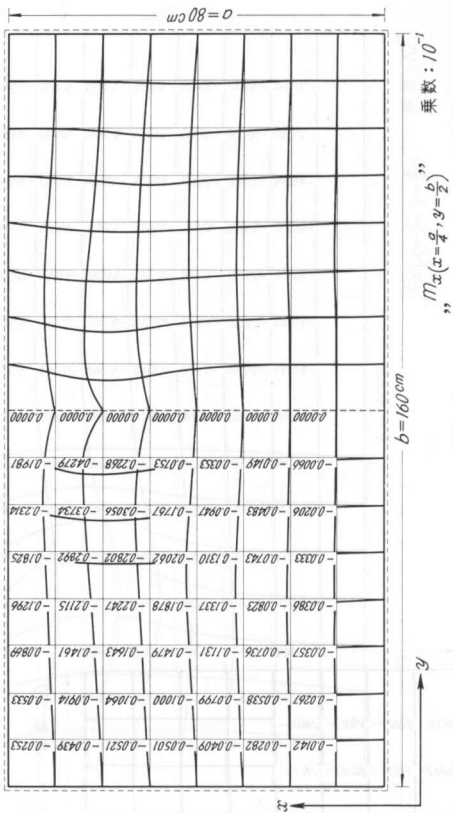
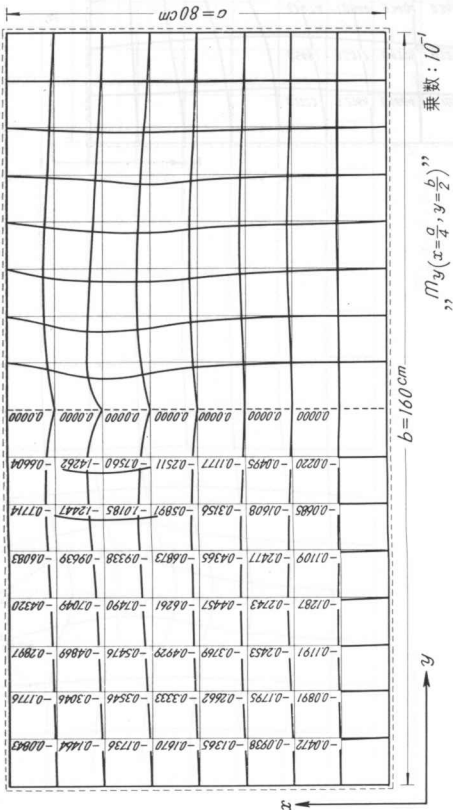


图 1

图 2



8-1

8-2

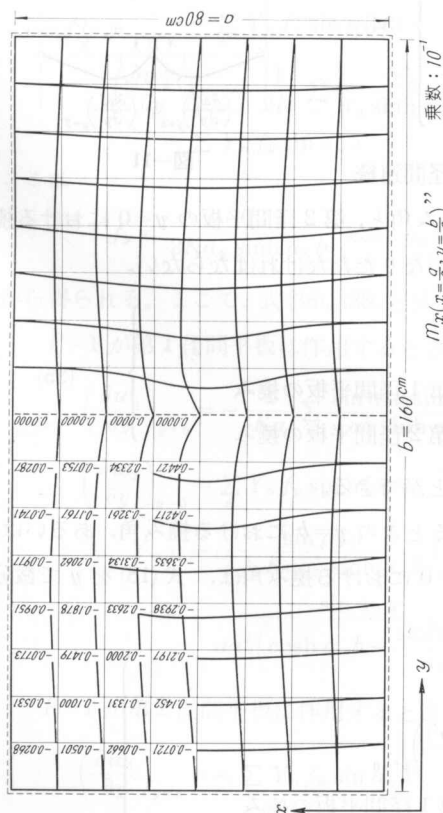


図 9

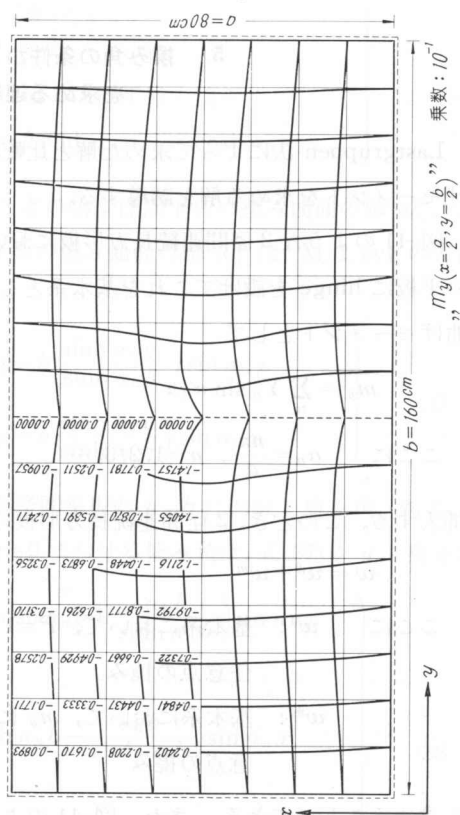


図 10

5. 撓み角の条件から不静定曲げモーメント を求める連続長方形板の解

Lastgruppen 法によって求めた解と比較検討するために、撓み角の関係の条件から不静定曲げモーメントを求める解を誘導する。

図-11 のような 2 径間連続長方形板において、中間支承上の平板に hinge を設けてこれを基本系とし、代わりに不静定曲げモーメントとして

$$\left. \begin{aligned} \bar{m}_y &= \sum_n Y_n \sin \alpha_n x \\ \text{ここに } \alpha_n &= \frac{n\pi}{a}, \quad n=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

を挿入する。このとき、2 径間連続長方形板の撓み曲面 w は

$$\left. \begin{aligned} w &= w^0 + w^m \\ \text{ここに } w^0 &: \text{基本系において、} P=1 \text{ による} \\ &\quad \text{任意点の撓み} \\ w^m &: \text{基本系において、} \bar{m}_y \text{ による任} \\ &\quad \text{意点の撓み} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

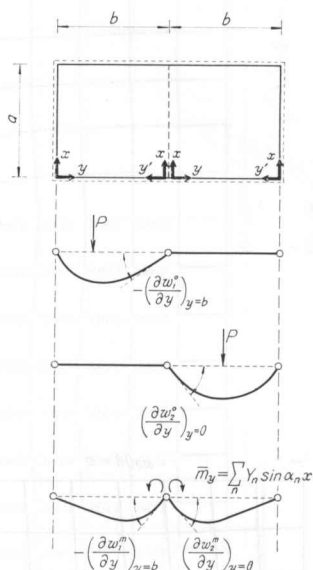


図-11

から求めることができる。また、図-11 のような 2 径間連続

長方形板において、第 1 径間平板の $y=b$ における撓み角と、第 2 径間平板の $y=0$ における撓み角の間には、それぞれは相等して次のような条件がなりたたなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)_{y=b} &= \left(\frac{\partial w_2}{\partial y} \right)_{y=0} \\ \text{ここに } w_1 &: \text{2 径間連続長方形板において、第 1 径間平板の撓み} \\ w_2 &: \text{2 径間連続長方形板において、第 2 径間平板の撓み} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

式(35)の条件から不静定曲げモーメントを求めることができる。

まず、基本系の第 1 径間平板に $P=1$ が作用するときの $y=b$ における撓み角、あるいは、基本系の第 2 径間平板に $P=1$ が作用するときの $y=0$ における撓み角は、式(18)を y で微分して

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial w_1^0}{\partial y} \right)_{y=b} &= \left(\frac{\partial w_1^0}{\partial y'} \right)_{y'=0} \times (-1) \\ &= -\frac{1}{Ka} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n^2 \sinh \alpha_n b} \left(\frac{\partial \Phi(v, y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} \\ \text{ここに } w_1^0 &: \text{基本系において、} P=1 \text{ による第 1 径間平板の撓み} \\ \left(\frac{\partial \Phi(v, y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} &= \alpha_n^2 (b \coth \alpha_n b \sinh \alpha_n v - v \cosh \alpha_n v) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\left(\frac{\partial w_2^0}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{1}{Ka} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \left(\frac{\partial \Phi(v', y)}{\partial y} \right)_{y=0}$$

ここに w_2^0 : 基本系において, $P=1$ による第2 径間平板の撓み

$$\left(\frac{\partial \Phi(v', y)}{\partial y} \right)_{y=0} = \alpha_n^2 (b \coth \alpha_n b \sinh \alpha_n v' - v' \cosh \alpha_n v')$$

から得られる。次に, 基本系に \overline{m}_y が作用するときの第1 径間平板の撓み曲面の解 w_1^m , あるいは, 基本系に \overline{m}_y が作用するときの第2 径間平板の撓み曲面の解 w_2^m は, M. Levy の方法により求めて整理すると次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} w_1^m &= \frac{1}{2K} \sum_n \frac{Y_n}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left(y' \cosh \alpha_n y - b \frac{\sinh \alpha_n y'}{\sinh \alpha_n b} \right) \sin \alpha_n x \\ w_2^m &= \frac{1}{2K} \sum_n \frac{Y_n}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left(y \cosh \alpha_n y' - b \frac{\sinh \alpha_n y}{\sinh \alpha_n b} \right) \sin \alpha_n x \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

したがって, 基本系に \overline{m}_y が作用するときの第1 径間平板の $y=b$ における撓み角, あるいは, 基本系に \overline{m}_y が作用するときの第2 径間平板の $y=0$ における撓み角は, 式(37)を y で微分して

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial w_1^m}{\partial y} \right)_{y=b} &= \frac{1}{2K} \sum_n \frac{Y_n}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left(-\cosh \alpha_n b + \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right) \sin \alpha_n x \\ &= - \sum_n Y_n f_y \sin \alpha_n x \\ \left(\frac{\partial w_2^m}{\partial y} \right)_{y=0} &= \frac{1}{2K} \sum_n \frac{Y_n}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right) \sin \alpha_n x \\ &= \sum_n Y_n f_y \sin \alpha_n x \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

ここに

$$f_y = \frac{1}{2K\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right)$$

から得られる。ここで, 式(36), (38)と式(35)の条件から Y_n を求めることができる。すなわち,

$$\left. \begin{aligned} P=1 \text{ が第1 径間平板に作用するとき} \\ \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)_{y=b} &= - \frac{1}{Ka} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \left(\frac{\partial \Phi(v, y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} - \sum_n Y_n f_y \sin \alpha_n x \\ \left(\frac{\partial w_2}{\partial y} \right)_{y=0} &= \sum_n Y_n f_y \sin \alpha_n x \\ \therefore Y_n &= - \frac{\sin \alpha_n u}{2f_y Ka \alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \left(\frac{\partial \Phi(v, y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} \\ &= - \frac{\sin \alpha_n u}{\alpha_n^2 \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\sinh \alpha_n b}{\alpha_n b} \right)} \left(\frac{\partial \Phi(v, y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$P=1$ が第2 径間平板に作用するとき

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)_{y=b} &= - \sum_n Y_n f_y \sin \alpha_n x \\ \left(\frac{\partial w_2}{\partial y} \right)_{y=0} &= \frac{1}{Ka} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \left(\frac{\partial \Phi(v', y)}{\partial y} \right)_{y=0} + \sum_n Y_n f_y \sin \alpha_n x \end{aligned} \right\}$$

$$\therefore Y_n = - \frac{\sin \alpha_n u}{2 f_y K a \alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \left(\frac{\partial \Phi(v', y)}{\partial y} \right)_{y=0} \\ = - \frac{\sin \alpha_n u}{a \alpha_n^2 \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right)} \left(\frac{\partial \Phi(v', y)}{\partial y} \right)_{y=0}$$

この Y_n を式 (37) に代入して不静定曲げモーメントによる撓み曲面の解が求められる。

図-11 のような 2 径間連続長方形板の上を、垂直荷重 $P=1$ が作用して移動するとき、着目点が第 1 径間平板の領域にある場合の撓み曲面影響面 „ $w_{(x,y)}$ ” は、式 (18), (37) を式 (34) に代入して求められ次のように表わされる。

$P=1$ が第 1 径間平板に作用するとき

$0 \leq v \leq y$ の領域で

$$„w_{(x,y)}” = \frac{1}{Ka} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \left[\Phi(v, y') \right. \\ \left. - \frac{\left(y' - \cosh \alpha_n y - b \frac{\sinh \alpha_n y'}{\sinh \alpha_n b} \right)}{2 \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right)} \left(\frac{\partial \Phi(v, y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} \right]$$

$y \leq v \leq b$ の領域で

$$„w_{(x,y)}” = \frac{1}{Ka} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \left[\Phi(v', y) \right. \\ \left. - \frac{\left(y' - \cosh \alpha_n y - b \frac{\sinh \alpha_n y'}{\sinh \alpha_n b} \right)}{2 \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right)} \left(\frac{\partial \Phi(v, y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} \right]$$

(40)

$P=1$ が第 2 径間平板に作用するとき

$0 \leq v \leq b$ の領域で

$$„w_{(x,y)}” = \frac{1}{Ka} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n^3 \sinh \alpha_n b} \\ \times \left[- \frac{\left(y' - \cosh \alpha_n y - b \frac{\sinh \alpha_n y'}{\sinh \alpha_n b} \right)}{2 \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right)} \left(\frac{\partial \Phi(v', y)}{\partial y} \right)_{y=0} \right]$$

同様に着目点が第 2 径間平板の領域にある場合の撓み曲面影響面も求められる。

したがって、図-11 のような 2 径間連続長方形板において、着目点が第 1 径間平板の領域にある場合の曲げモーメント影響面 „ $m_{x(x,y)}$ ”, „ $m_{y(x,y)}$ ” は、式 (40) の微分式を式 (28) に代入して求められ次のように表わされる。

$P=1$ が第 1 径間平板に作用するとき

$0 \leq v \leq y$ の領域で

$$„m_{x(x,y)}” = \frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left\{ (1-\mu) \Phi(v, y') + 2\mu \sinh \alpha_n v \sinh \alpha_n y' \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} & - \frac{\left[(1-\mu) \left(y' - \cosh \alpha_n y - b \frac{\sinh \alpha_n y'}{\sinh \alpha_n b} \right) + 2\mu \sinh \alpha_n y \right]}{2 \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right)} \left(\frac{\partial \Phi(v, y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} \right\} \\ & y \leq v \leq b \text{ の領域で} \\ & „m_{x(x,y)}” = \frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left\{ (1-y) \Phi(v', y) + 2\mu \sinh \alpha_n v' \sinh \alpha_n y \right. \\ & \quad \left. - \frac{\left[(1-\mu) \left(y' - \cosh \alpha_n y - b \frac{\sinh \alpha_n y'}{\sinh \alpha_n b} \right) + 2\mu \sinh \alpha_n y \right]}{2 \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right)} \left(\frac{\partial \Phi(v, y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

$P=1$ が第 2 径間平板に作用するとき

$0 \leq v \leq b$ の領域で

$$\begin{aligned} „m_{x(x,y)}” &= \frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \\ & \quad \left\{ - \frac{\left[(1-\mu) \left(y' - \cosh \alpha_n y - b \frac{\sinh \alpha_n y'}{\sinh \alpha_n b} \right) + 2\mu \sinh \alpha_n y \right]}{2 \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right)} \left(\frac{\partial \Phi(v', y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} \right\} \end{aligned}$$

$P=1$ が第 1 径間平板に作用するとき

$0 \leq v \leq y$ の領域で

$$\begin{aligned} „m_{y(x,y)}” &= - \frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left\{ (1-\mu) \Phi(v, y') - 2 \sinh \alpha_n v \sinh \alpha_n y' \right. \\ & \quad \left. - \frac{\left[(1-\mu) \left(y' - \cosh \alpha_n y - b \frac{\sinh \alpha_n y'}{\sinh \alpha_n b} \right) - 2 \sinh \alpha_n y \right]}{2 \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right)} \left(\frac{\partial \Phi(v, y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} \right\} \end{aligned} \quad (42)$$

$y \leq v \leq b$ の領域で

$$\begin{aligned} „m_{y(x,y)}” &= - \frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \left\{ (1-\mu) \Phi(v', y) - 2 \sinh \alpha_n v' \sinh \alpha_n y \right. \\ & \quad \left. - \frac{\left[(1-\mu) \left(y' - \cosh \alpha_n y - b \frac{\sinh \alpha_n y'}{\sinh \alpha_n b} \right) - 2 \sinh \alpha_n y \right]}{2 \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right)} \left(\frac{\partial \Phi(v, y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} \right\} \end{aligned}$$

$P=1$ が第 2 径間平板に作用するとき

$0 \leq v \leq b$ の領域で

$$\begin{aligned} „m_{y(x,y)}” &= - \frac{1}{a} \sum_n \frac{\sin \alpha_n u \sin \alpha_n x}{\alpha_n \sinh \alpha_n b} \\ & \quad \left\{ - \frac{\left[(1-\mu) \left(y' - \cosh \alpha_n y - b \frac{\sinh \alpha_n y'}{\sinh \alpha_n b} \right) - 2 \sinh \alpha_n y \right]}{2 \left(\cosh \alpha_n b - \frac{\alpha_n b}{\sinh \alpha_n b} \right)} \left(\frac{\partial \Phi(v', y')}{\partial y'} \right)_{y'=0} \right\} \end{aligned}$$

ここで、式 (41), (42) の数値計算を行なうための program を作製し、Lastgruppen 法を応用して求めた解と比較検討するために、さきに求めたそれぞれの着目点について計算をしたが、それらの数値は完全に一致した。

6. あとがき

簡単な例として、等方性の 2 径間連続長方形板の曲げモーメント影響面について述べたが、基本系に選んだ平板が解析的に解を得ることのできるものであれば、全く同様にして解くことができる。

また、この解法を拡張して、一般に n 径間連続長方形板についても、それぞれの中間支承の間に Lastgruppen を挿入して機械的に解くことができる。これについては機会を改めて発表の予定である。

(土木学会第 24 回年次学術講演会にて一部発表, 昭和 44 年 9 月 28 日, 東京)

参 考 文 献

- 1) E. Bittner: Platten und Behälter. Springer, 1965.
- 2) K. Girkmann: Flächentragwerke. Springer, 1956.
- 3) A. Hawranek u. O. Steinhardt: Theorie und Berechnung der Stahlbrücken. Springer, 1958.
- 4) S. Timoshenko a. S. Woinowsky-Krieger: Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill, 1959.