

# 乱流境界層の中におかれた平板のまわりの 二次元流れに関する研究 (第1報)

— 一枚の平板について —

坂 本 弘 志  
森 谷 優

(昭和45年5月7日受理)

## A Study of Two-Dimensional Flow about a Flat-Plate Immersed in Turbulent Boundary Layers (I)

— On One Flat Plate —

by Hiroshi SAKAMOTO and Masaru MORIYA

### Abstract

This paper describes experimental investigations for characteristics of the flow about a flat plate immersed in a turbulent boundary layer.

The non-dimensional mean velocities are compared with the wall proximity law and the velocity-defect law.

The characteristics of the flow about a flat plate —the distribution of velocity and pressure, and the flow patterns— are also discussed.

### 目 次

1. 緒 論 .....	728
2. 実験装置およびその方法 .....	728
2-1 実験装置概略 .....	728
2-2 速度測定用ピトー管 .....	729
3. 乱流境界層の特性について .....	730
3-1 風洞壁面上に自然に発達した乱流境界層 .....	730
3-1-1 静圧分布 .....	730
3-1-2 乱流境界層の特性 .....	730
3-2 人工的に厚くされた乱流境界層 .....	732
3-2-1 乱流境界層を人工的に厚くする方法 .....	732
3-2-2 静圧分布および流れの二次元性 .....	732
3-2-3 人工的に厚くした乱流境界層の特性 .....	733
4. 乱流境界層内におかれた平板のまわりの流れ .....	735
4-1 観測用平板 .....	735

4-2 圧力分布および速度分布 .....	735
4-3 平板のまわりの流線図 .....	735
4-4 風洞壁の干渉効果の軽減 .....	737
5. 結 論 .....	739

## 1. 緒 論

物体周辺の流れの研究は古来から重要な問題であり、数多くの研究者がこの仕事に従事してきたが、今までの研究は殆んど一様流の中におかれた物体に関するものであった。しかし実際の流れの問題に於いては、流れに直角方向の速度を測定すると、その大きさは一様でない、いわゆる剪断流れの特性を示す流れであって、その代表的な例として地面から数百メートルまで速度勾配を有するという地表近くの自然の流れや、粗さを有するパイプ内の流れを上げることができ、これらはいずれも乱流境界層の流れとなっている場合が多い。

最近わが国に於いても高層ビルが続々と建築され、このビルの高層化に伴なって、その周辺において風による被害が続出し、一つの大きな社会的な問題となっており、その解決に急務を要している。又同様に大都市に於いては排気ガスによる大気汚染が大きな社会問題となっているが、この対策の一つとして建物と建物の間に存在する渦の構造を明らかにし、排気ガスを速かに拡散させようという試みも又有意義であろうと思われる。このように平地に建られた構造物はすべて乱流境界層の中に存在し、これら物体周辺の流れに関する資料を得ることが工学的にも必要とされてきている。

また最近流体の長距離輸送が各地に出現し、従来数少なかった大口径管の摩擦抵抗の測定が実施されるようになった結果、従来から使われていたムーディ線図とかなり相違したため、これらの正しい摩擦抵抗を知るためには、基礎的な資料として乱流境界層とパイプ内の粗度との関係を詳細に把握せねばならないといえる。このように自然界においては、乱流境界層内に物体が存在する流れが数多くあり、工学的見地からもかかる乱流境界層内におかれた物体周辺の流れに対する正しい知識を得ることは非常に大切な問題である。しかし実際問題としては、このような物体が多数存在するため、相互の干渉も考慮に入れなければならないが、先ず最も簡単な乱流境界層内の単一物体のまわりの流れを明らかにしておく必要がある。

本報告はかかる見地に立って先ず平面壁に沿って発達させた乱流境界層の諸性質を明らかにし、その上で単一物体として最も簡略な平板をその中に平面に固着しておき、そのまわりの流れの特性を実験的に研究したものである。

## 2. 実験装置およびその方法

### 2-1 実験装置概略

実験に当っては本学機械工学科流体工学実験室に設置されている断面  $600 \times 600$  mm、長さ

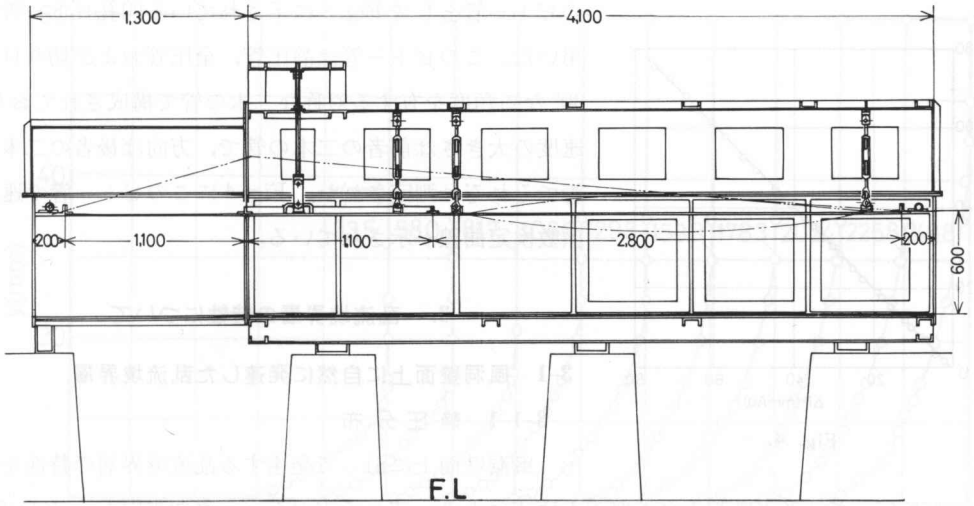


Fig. 1.

5400 mm の試験断面を有する低速環流型風洞を使用した。測定部分の天井板は Fig. 1 に示されているようにターンバックル装置によって上下 90 mm まで移動させることができる。一方床面は厚さ 10 mm の透明なるアクリル板で構成され、間隔は一定ではないが中心線に沿って千鳥配列で 63 個の静圧孔を有しており、このアクリル板で構成された平面壁上に乱流境界層は生成された。圧力および速度の大きさはゲッチングマンノメーターとベツツマンノメーターを用いて測定された。なお風洞中の一様流の速度を 23 m/s とし、圧力勾配が零なる流れの中に風洞入口から 1200 mm なる下流に高さ 50 mm、長さ 600 mm なる真鍮製の平板を設置した。その詳細は第 4 節に記述してある。

2-2 速度測定用ピトー管

滑らかなる壁面上に発達する乱流境界層内および外での速度分布測定用ピトー管は、高さ 0.8 mm、幅 1.0 mm なる長方形断面の圧力取出し孔を有し、出来るだけ高さを小さくするように製作したものである。プラントル型ピトー管を標準ピトー管としてキャリブレーションした結果が Fig. 2 に示してある。次に速度の大きさと方向を同時に測定するため

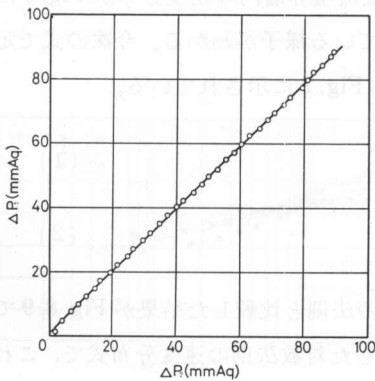
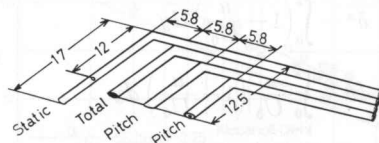


Fig. 2.



	External diameter(mm)	Internal diameter(mm)
Static	1.3	0.9
Pitch	1.3	0.9
Total	1.3	0.9

Fig. 3.

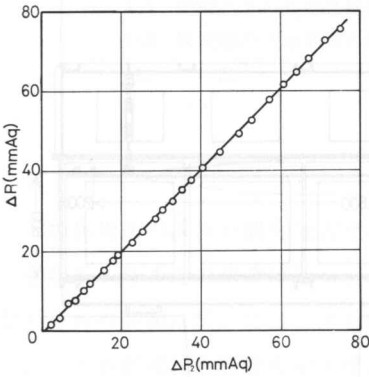


Fig. 4.

のピトー管として Fig. 3 に示されている四孔ピトー管を用いた。このピトー管は静圧管、全圧管および切り口が 30° なる角度を有する対称な二本の管で構成されており、速度の大きさは前者の二本の管で、方向は後者の二本の管でそれぞれ測定された。Fig. 4 にこのピトー管の速度係数検定曲線が示されている。

### 3. 乱流境界層の特性について

#### 3-1 風洞壁面上に自然に発達した乱流境界層

##### 3-1-1 静圧分布

風洞壁面上に沿って発達する乱流境界層の特性を調

べるにあたって、まず風洞入口と壁面を原点にとり、流れの方向を  $x$ 、直角方向を  $y$  として、 $z$  は  $x, y$  に対して共に法線方向なる座標系を採用した。以下の論議においてすべてこの座標系を用いるものとする。

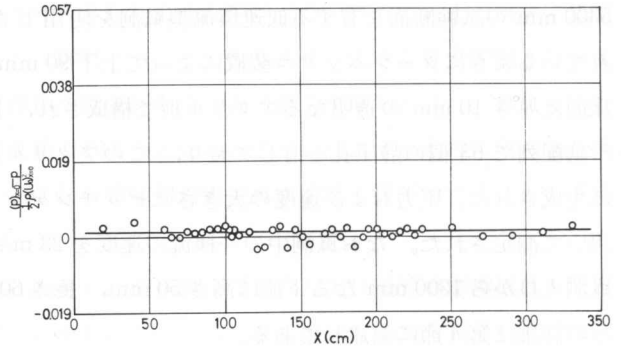


Fig. 5.

一般に風洞壁に沿って発達する境界層によって、流路が狭くなるために静圧は下流にいくに従ってだいに減少する。しかし本実験で用いた風洞は前述したように天井壁がターンバックル装置で移動させることが可能であるので、これによって Fig. 5 に示すように静圧分布を一定に保つことができた。

##### 3-1-2 乱流境界層の特性

$z=0$  (風洞の中心線) に対しての  $x$  の各位置における乱流境界層内の速度分布が Fig. 6 に示してある。下流にいくに従って境界層がしだいに発達している様子がわかる。今次の式で定義される排除厚さを  $\delta^*$ 、運動量厚さを  $\theta$  として示した値が Fig. 7 に示されている。

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U_0}\right) dy \tag{1}$$

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{u}{U_0} \left(1 - \frac{u}{U_0}\right) dy \tag{2}$$

又この乱流境界層内の速度分布を対数法則および速度欠損の法則と比較した結果が Fig. 8, 9 である。Fig. 8 に示されている式は Clauser と Coles の提案した対数法則の速度分布式で、これは  $u/u_*$ ,  $yu_*/\nu$  なる項で次の式で表わされる。

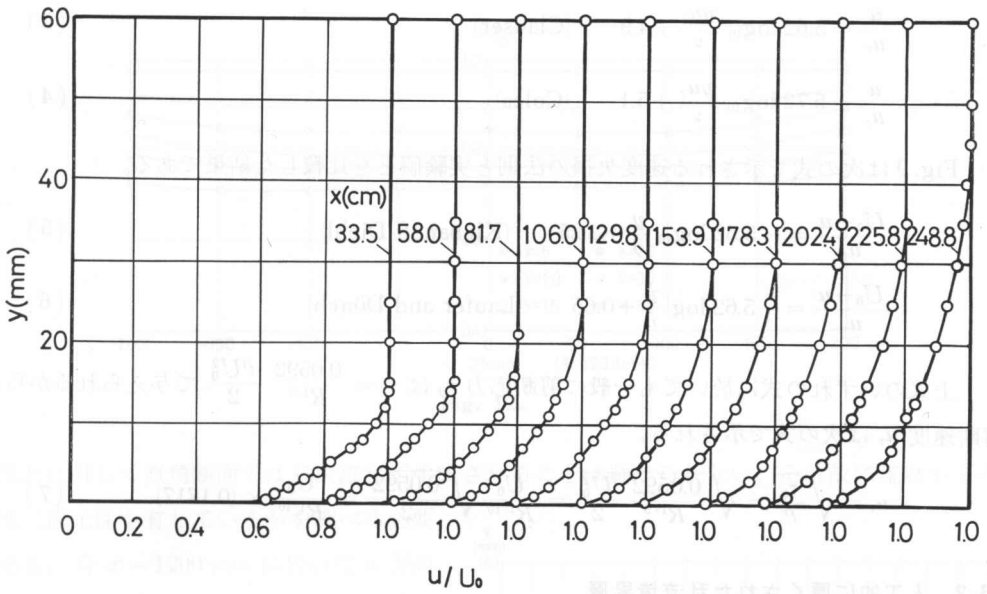


Fig. 6.

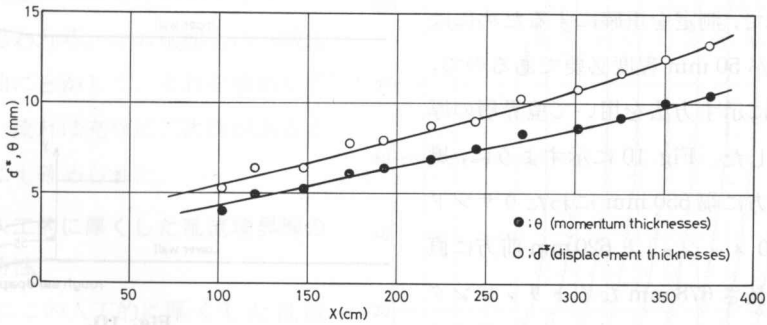


Fig. 7.

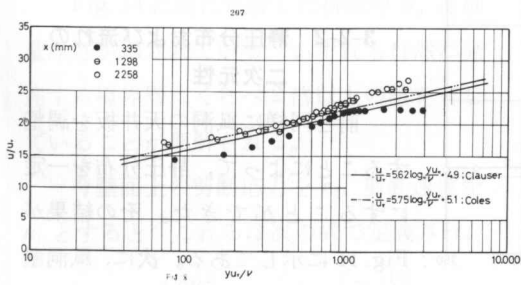


Fig. 8.

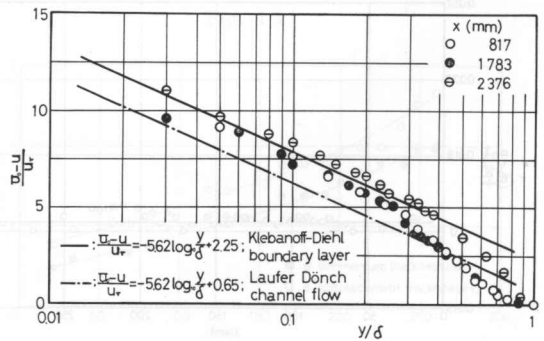


Fig. 9.

$$\frac{u}{u_\tau} = 5.62 \log_{10} \frac{yu_\tau}{\nu} + 4.9 \quad (\text{Clauser}) \quad (3)$$

$$\frac{u}{u_\tau} = 5.72 \log_{10} \frac{yu_\tau}{\nu} + 5.1 \quad (\text{Coles}) \quad (4)$$

Fig. 9 は次の式で示される速度欠損の法則と実験値とを比較した結果である。

$$\frac{U_0 - u}{u_\tau} = -5.62 \log_{10} \frac{y}{\delta} + 2.25 \quad (\text{Klebanoff-Diehl}) \quad (5)$$

$$\frac{U_0 - u}{u_\tau} = -5.62 \log \frac{y}{\delta} + 0.65 \quad (\text{Laufer and Dönch}) \quad (6)$$

上式のいずれの式に於いても一般に剪断応力  $\tau_0$  は  $\tau_0 = \frac{0.0592}{R^{1/5}} \frac{\rho U_0^2}{2}$  で与えられるから、剪断速度  $u_\tau$  は次の式で示される。

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{0.0592}{R^{1/5}} \frac{U_0^2}{2}} = \frac{U_0}{R^{1/10}} \sqrt{\frac{0.0592}{2}} = \frac{U_0}{R^{1/10}} \times (0.1717) \quad (7)$$

### 3-2 人工的に厚くされた乱流境界層

#### 3-2-1 乱流境界層を人工的に厚くする方法

Fig. 6 から明らかのように、平板を設置すべき  $x=1200 \text{ mm}$  なる位置では境界層の厚さが  $30 \text{ mm}$  程度で、測定を正確にするためには平板の高さが  $50 \text{ mm}$  程度必要であるので、従って以下に示す方法を用いて境界層の厚さを大きくした。Fig. 10 に示すように、風洞壁入口前方に幅  $550 \text{ mm}$  にわたりサンドペーパー ( $30 \text{ メッシュ}$ ) と  $620 \text{ mm}$  前方に直径  $17 \text{ mm}$ 、長さ  $678 \text{ mm}$  なるトリッピングロッドを設置した。その結果平板設置予定の  $x=1200 \text{ mm}$  なる位置に於いての境界層の厚さは  $60 \text{ mm}$  程度となり、平板の高さを考える

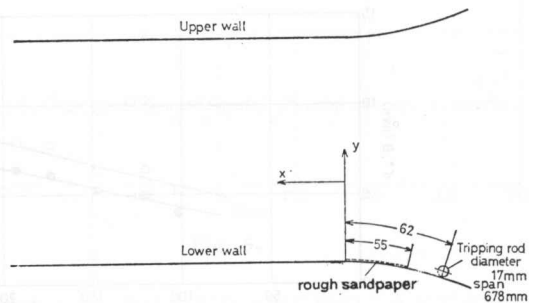


Fig. 10.

と充分の厚さを有する境界層を生成することができた。

#### 3-2-2 静圧分布および流れの二次元性

前と同様に風洞の天井板を調整することによって、静圧分布を一定にすることができた。その結果が Fig. 11 に示してある。次に、風洞壁は剛体で構成されているので、主流

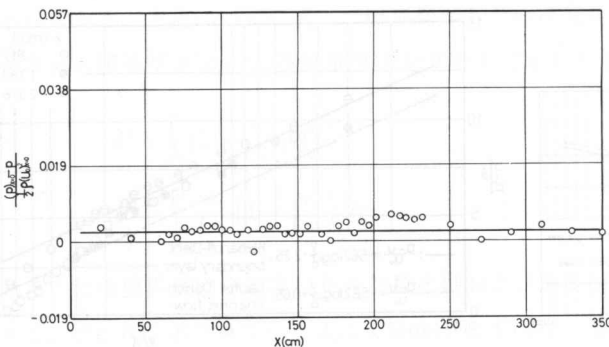


Fig. 11.

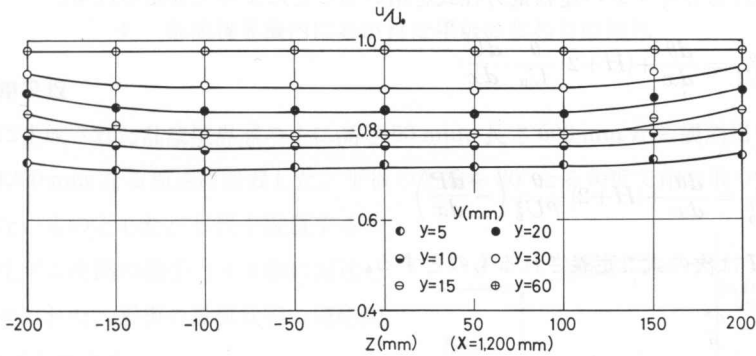


Fig. 12.

の流れに対して直角断面では二次流れが生成されることは避けられない。それ故に流れがどの程度二次元性を有しているかを調べる必要がある。今  $x = 1200 \text{ mm}$  に於いて  $z$  方向の速度分布を測定した結果が Fig. 12 に示してある。この結果から中心 ( $z=0$ ) およびその他でも十分に二次元性があると考えてよいものと思われる。なお壁面上に二酸化チタンを軽油にとかして、それを塗布して調べた結果、流れは十分に二次性があることが定性的にも確かめられた。

### 3-2-3 人工的に厚くした乱流境界層の特性

Fig. 13 にこの人工的に厚くした乱流境界層内の速度分布が示されている。この結果から下流に行くに従って境界層が発達している様子がわかる。

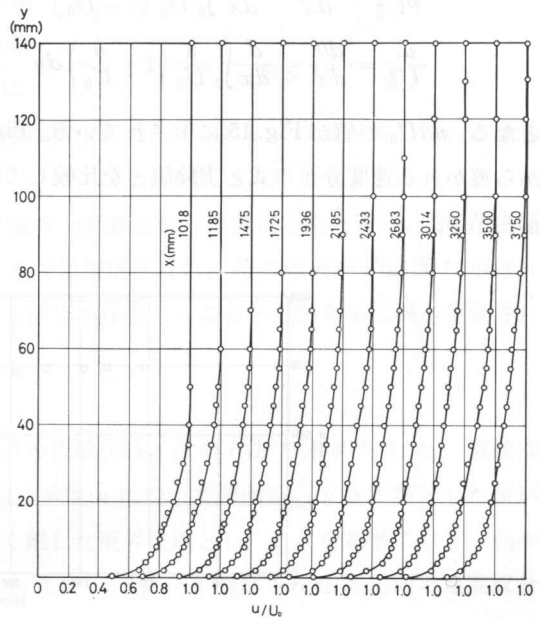


Fig. 13.

Fig. 14 に前に定義した排除厚さ、運動量厚さが示されている。いずれも自然に発達する境界層にくらべ2倍以上の値を有していることが理解される。

今壁面上の剪断応力を  $\tau_0$ 、剪断速度を  $u_\tau$  とすると、これらは次の式で定義され、

$$\tau_0 = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad u_\tau = \left( \frac{\tau_0}{\rho} \right)^{1/2} \quad (8)$$

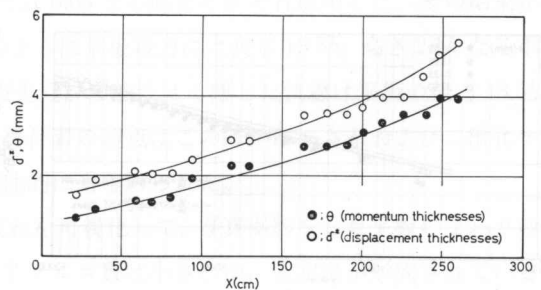


Fig. 14.

次の式で示されるカルマンの運動量方程式を用いることによって算定される。

$$\frac{\tau_0}{\rho U_0^2} = \frac{d\theta}{dx} + (H+2) \frac{\theta}{U_0} \frac{dU}{dx} \tag{9}$$

又は

$$\frac{u_z^2}{U_0^2} = \frac{d\theta}{dx} + (H+2) \frac{\theta}{\rho U_0^2} \left( -\frac{dP}{dx} \right) \tag{10}$$

ただし  $H$  は次の式で定義されるものとする。

$$H = \frac{\delta^*}{\theta} \tag{11}$$

本実験では  $\frac{dP}{dx} = \frac{dU_0}{dx} = 0$  であるので上式はいずれも

$$\frac{\tau_0}{\rho U_0^2} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d}{dx} \int_0^\delta \frac{u}{U_0} \left( 1 - \frac{u}{U_0} \right) dy \tag{9}'$$

$$\frac{u_z^2}{U_0^2} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d}{dx} \int_0^\delta \frac{u}{U_0} \left( 1 - \frac{u}{U_0} \right) dy \tag{10}'$$

となる。 $u_z/U_0$  の値が Fig. 15 に示されている。Fig. 16, 17 に壁面の法則および速度欠損の法則から導かれる速度分布の式と実験値とを比較して示してある。いずれもよく一致していることがわかる。

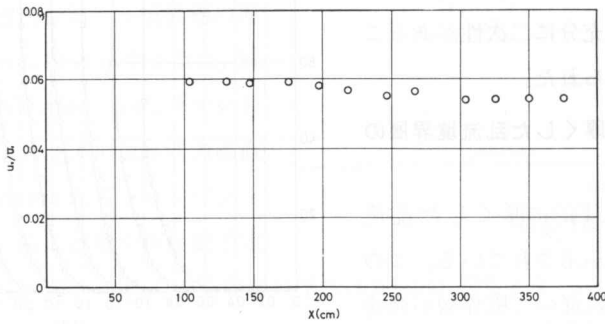


Fig. 15.

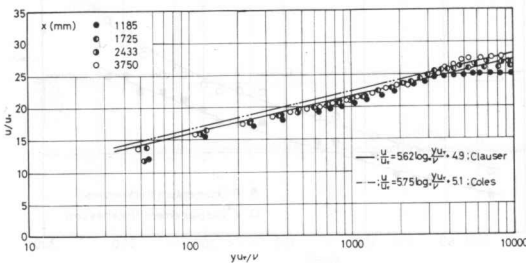


Fig. 16.

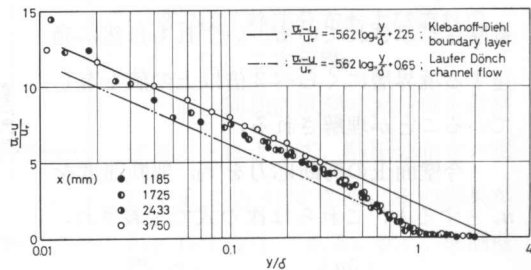


Fig. 17.



#### 4. 乱流境界層内におかれた平板のまわりの流れ

##### 4-1 観測用平板

人工的に生成された乱流境界層の中に高さ 50 mm, 長さ 600 mm なる観測用平板を風洞入口から  $x=1200$  mm なる地点に設置した。平板の先端を  $30^\circ$  なる角度で削り取り, 平板は厚さを有していないものとした。平板を設置することによって生ずる流路の縮小は 4-4 節に記述した方法でふせがれた。平板の設置状態の概略図は Fig. 18 に示してある。

##### 4-2 圧力分布および速度分布

この境界層の中に平板を設置し, その周辺における速度分布および圧力分布の測定値が Fig. 19, 20 に示されている。この結果から明らかのように, 平板の上流側では平板に近づくに従って圧力は増加し, 平板のすぐ下流では急激に減少して, 下流にいくに従ってしだいに増加するようすがわかる。

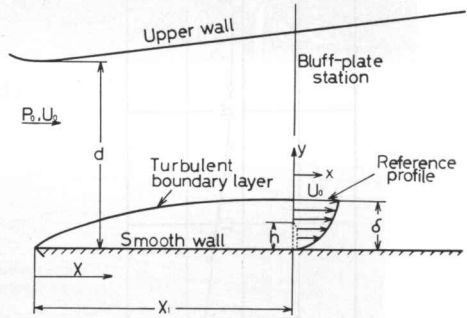


Fig. 18.

一方速度分布は平板の高さを  $h$  とし, 平板の上流側を負, 下流側を正と定め,  $2h$  なる間隔で上流側 5 カ所, 下流側 10 カ所の合計 15 カ所で測定された。その結果が Fig. 20 に示されている。平板の下流側では流れの逆流している部分が存在し, これから明らかに渦が生成されているものと理解される。

##### 4-3 平板のまわりの流線図

乱流境界層の中に設置された平板のまわりの流線図は, 次の方法で求められた。流線は  $\psi = \int_0^y u dy$  で定義されるので, 今仮に  $x$  方向の速度  $u$  について壁面から  $y$  まで積分した値が零になる流線 ( $\psi_1=0$ ) を平板先端から強性はく離れた境界流線とし, これを基準にして,  $\psi_2 = \psi_1 + \Delta\psi$ ,  $\psi_3 = \psi_1 + 2\Delta\psi$ , ... なる  $\Delta\psi$  だけ増加した流線  $\psi_2, \psi_3, \dots$  を測定された  $x$  方向の速度成分  $u$  を用いて, 図式積分によって求めた。本報告では境界流線の外側ではこの  $\Delta\psi$  の値を  $1/U_0 h$  で無次元化して,  $\Delta\psi/U_0 h = 0.2$ , 境界流線内では 0.05 なる値をそれぞれ採用した。その結果が Fig. 20 に示されている。この図より明らかのように平板後方には長さ  $13.5h$ , 高さ  $2.1h$  なる半楕円形を有した定常なる渦が生成され, 平板先端から強性はく離れた流線は平板の後方  $13.5h$  付近で再付着していることがわかった。なお再付着の地点はこのほかにふさ糸および二酸化チタンを軽油にとかして, 壁面上に塗布して定性的にも確かめられた。

次に Fig. 21, 22 にアルミ粉末を用いて流れを可視化して, 写真撮影をした平板のまわりの流れ模様の写真が示されている。いずれもレイノルズ数は小さいが, 安定渦が形成されている様子が見える。なお, レイノルズ数が増加するに従って渦の長さは大きくなるのが同様なる

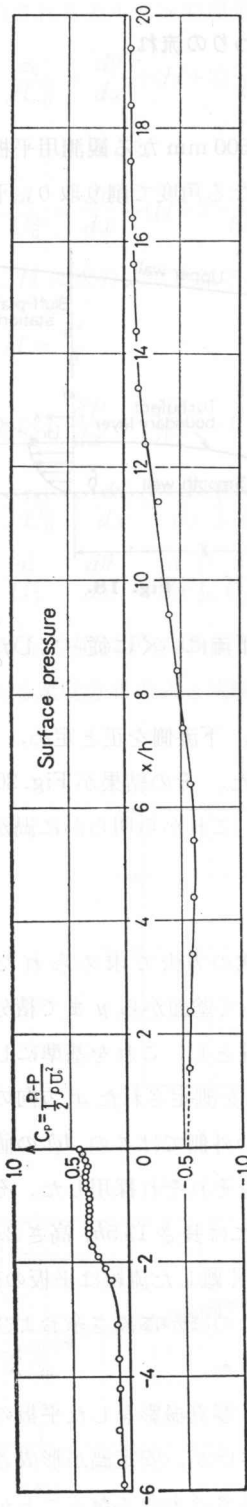


Fig. 19.

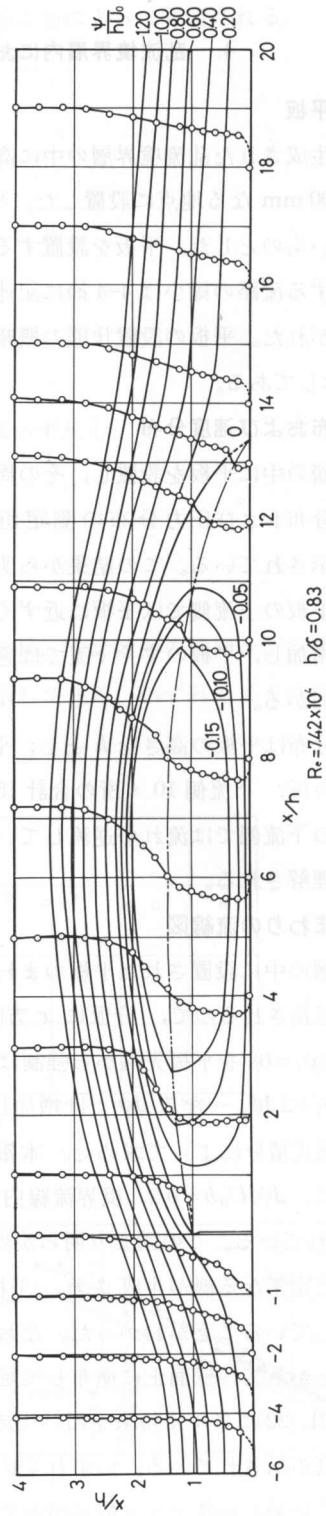


Fig. 20.



Fig. 21.

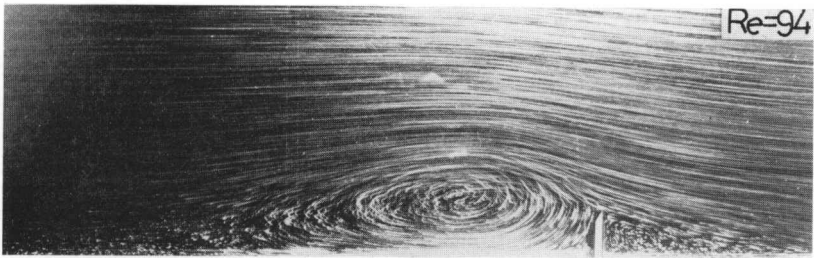


Fig. 22.

実験で確かめられた。

#### 4-4 風洞壁の干渉効果の軽減

風洞は有限の大きさを持つるので平板を設置することによって流路は狭くなり、平板の近くでは速度が大きくなり、その結果圧力勾配を有する流れになる。本実験に於てはこの風洞壁の干渉効果をとりのぞくために、この安定渦をランキン楕円体に置きかえて、そのまわりの流線を求め、これに基づき天井壁を調整することによって主流内の静圧を一定に保ち、風洞壁の干渉効果がとりのぞかれた。

以下この風洞壁の干渉効果をとりのぞくために行なった天井壁の移動距離の求めかたを示す。

複素ポテンシャル理論から誘導されるランキン楕円体のまわりの流れを表わす複素ポテンシャル関数は一様流と吹出しおよび吸込みの組合せから得られる。 $(-1, 0)$ なる位置に吹出しがある場合の複素ポテンシャル関数は

$$w_1 = -m \log(z+1) = -m(\log r_1 + i\theta_1) \quad (12)$$

で、同様に  $(1, 0)$  に吸込みがある場合の複素ポテンシャル関数は

$$w_2 = m \log(z-1) = m(\log r_2 + i\theta_2) \quad (13)$$

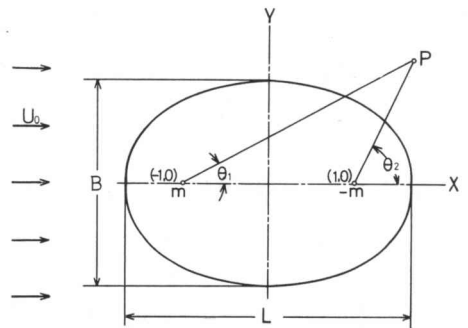


Fig. 23.

であり、また一様流の複素ポテンシャル関数は

$$w_3 = -U_0 z = -U_0(x+iy) \quad (14)$$

とそれぞれなる。従って(12), (13), (14)式を組合せることによってランキン楕円体のまわりの流れを表わす複素ポテンシャル関数が得られる。

$$\begin{aligned} w = \phi + i\psi &= w_1 + w_2 + w_3 = -m \log(z+1) + m \log(z-1) \\ &\quad - U_0 z = -m(\log r_1 + i\theta_1) + m(\log r_2 + i\theta_2) - U_0(x+iy) \end{aligned} \quad (15)$$

(15)式の虚数部がランキン楕円体のまわりの流れを表わす流線関数となり、次の式になる。

$$\psi = -U_0 y - m\theta_1 + m\theta_2$$

又は

$$\frac{\psi}{U_0} = -y - \frac{m}{U_0} \tan^{-1} \frac{y}{x+1} + \frac{m}{U_0} \tan^{-1} \frac{y}{x-1} \quad (16)$$

次に Fig. 23 に示されているようにランキン楕円体の幅を  $B$ 、長さ  $L$  として、 $L$  と  $B$  の関係を求める。今ランキン楕円体の表面においては流線関数  $\psi$  は零でなければならないから(16)式は

$$\frac{U_0}{m} y = -\tan^{-1} \frac{y}{x+1} + \tan^{-1} \frac{y}{x-1}$$

又は

$$\tan\left(\frac{U_0}{m} y\right) = \frac{2y}{x^2 + y^2 - 1} \quad (17)$$

となる。

次に  $x = \frac{L}{2}$ 、 $y = 0$  において、 $u = v = 0$  なる条件を用いると

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial z} &= u - iv = \frac{\partial}{\partial z} \left( m \log \frac{z-1}{z+1} - U_0 z \right) \\ &= m \left( \frac{2}{z^2 - 1} - U_0 \right) = m \left( \frac{1}{x^2 + y^2 - 2ixy - 1} - U_0 \right) \end{aligned} \quad (18)$$

となるので、これより次式が得られる。

$$L = 2\sqrt{1 + \frac{2m}{U_0}} \quad (19)$$

又(17)式に  $x = 0$ 、 $y = \frac{B}{2}$  なる値を代入し、かつ(19)式を用いると

$$L = 2\sqrt{1 + \frac{B}{\tan^{-1} \frac{4B}{B^2 - 4}}} \quad (20)$$

となる。これがランキン楕円体の  $L$  と  $B$  の関係式であり、前述した平板の後方に形成される安定渦をランキン楕円体に置きかえることによって  $L$  と  $B$  の値が算定される。

今安定渦をランキン楕円体に置きかえるために Fig. 24 に示すように座標系を安定渦が最大の高さを有する  $x=6h$  なる点に原点を移動し、渦の高さ  $B$  を基準長さにとると、平板先端の座標は安定渦の形状から  $(-1.659B, 0.277B)$  となる。従ってこの値を (17) 式に代入すると

$$\frac{U_0}{m} = \frac{1}{0.277B} \tan^{-1} \left( \frac{2 \times 0.277B}{2.829B^2 - 1} \right) \quad (21)$$

となり、(19) 式は

$$L = 2 \sqrt{1 + \frac{m}{U_0}} = 2 \sqrt{1 + \frac{0.277B}{\tan^{-1} \frac{2 \times 0.277B}{2.829B^2 - 1}}} \quad (22)$$

となる。(20) 式と (22) 式から  $L$  と  $B$  を求めると

$$L = 2.273, \quad B = 0.635$$

となる。この  $L$  と  $B$  の値を (21) 式に代入すると  $U_0/m = 5.808$  となる。従って (16) 式は次のようになる。

$$\frac{\phi}{U_0} = -y - \frac{1}{5.808} \left[ \tan^{-1} \frac{y}{x+1} - \tan^{-1} \frac{y}{x-1} \right] \quad (23)$$

次に流線はランキン楕円体のはるか前方では風洞の天井壁と一致するものとして、その流線の値を (23) 式を用いて計算すると  $\phi/U_0 = -2.1060$  となる。従って (23) 式から  $x, y$  の関係を求めると

$$2.1060 = y + \frac{1}{5.808} \left( \tan^{-1} \frac{y}{x+1} - \tan^{-1} \frac{y}{x-1} \right)$$

又は

$$x^2 = 1 - y^2 - \frac{2y}{\tan \{5.808(2.1060 - y)\}} \quad (24)$$

となる。従って (24) 式を用いて  $x, y$  の値を求めると天井壁を移動すべき距離は Table 1 に示した結果になる。なお Table 1 の値は吹出しおよび吸込みの位置を単位長さにとって論議をす

ずめてきたので、実際の長さはこの値に 284.8 倍することによって算定される。

Table 1.

$y$	$x$
2.250	0.000
2.231	1.053
2.190	2.107
2.158	3.160
2.141	4.213
2.129	5.267

### 5. 結 論

本研究は乱流境界層内に設置された平板のまわりの流れの特性を実験的に把握しようとしたものであり、まず最初に乱流境界層の特性について調べた結果、人工的に生成された境界層と自然に発達する境界層は厚さ以外は乱流境界層としてのほぼ同一の性質を示す

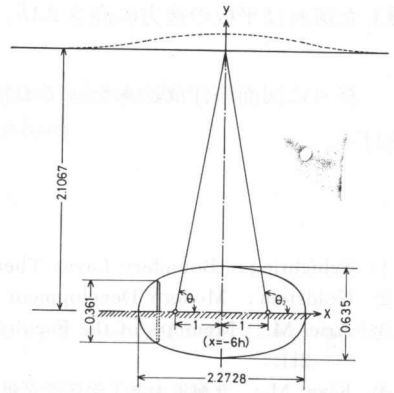


Fig. 24.

ことが明らかにされた。

またかかる乱流境界層の中に風洞入口から 1200 mm (境界層厚さ 60 mm) のところに平板 (高さ 50 mm) を設置して、その流れの特性を調べたところ、平板の先端から強制はく離した流れは平板後方  $13.5h$  付近で再付着することが定性的および定量的にも明らかにされた。又はく離した流れは平板の後方に高さ  $2.1h$ 、長さ  $13.5h$  なる安定渦を形成することが判明した。

終りに図面の作成にあたって本学機械工学科研究生坂井一彦君に対し、心からお礼を申しあげる。

#### 参 考 文 献

- 1) Schlichting: Boundary Layer Theory 6th Edition McGraw-Hill.
- 2) Goldstein: Modern Development in Fluid Dynamics, Vol. II, pp. 331-366.
- 3) Arie, M.: Memoirs of the Faculty of Engineering, Hokkaido University, Vol. 10, No. 2 (1956), 211.
- 4) Kiya, M.: 北海道大学工学部研究報告第 50 号 (昭和 43-12).
- 5) Good, M. C. and Jourbert P. N.: J. Fluid Mech, 31-3, pp. 547-582 (1968).
- 6) Mukerjee, T. and Martin, B. W.: J. Fluid Mech, 39-2, pp. 307-319 (1969).
- 7) Arie, M. and Rouse, H.: J. Fluid Mech 1, 129 (1956).