

双2次イミタンスの最少素子数 構成法の研究 (第1報)

品田 雄治

川上 正光*

(昭和43年9月30日受理)

Biquadratic Immitance Synthesis by the Minimum Number of Elements (Part 1)

by Yuji SHINADA and Masamitsu KAWAKAMI

It seems that the problem of the passive, lumped network synthesis has been completely solved. But for a given positive real function, how can it be synthesized with the minimum number of elements?

Here, all networks constructed by elements of which the number is given have been sought and these immitances have been compared with the general biquadratic immitance. Next, the conditions under which the general biquadratic rational function equals the real positive function and the synthetic domains of Brune's, Bott-Duffin's and augmentationless Miyata's procedures have been depicted, and the limits of the domains by these procedures have been established.

In this paper the case of four elements—two resistances and two reactances—has been thought. Under special conditions, the network that consists of five elements by means of continued fraction expansion is synthesized with four elements.

1. まえがき

1 ポートイミタンスの構成法については、Brune¹⁾、Bott-Duffin²⁾、宮田³⁾等の方法があるが、 M を含んだり構成素子数が非常に多くなったりする。これを最少素子数で構成する方法はまだ解決されていない。

本文は双2次イミタンス(以下これを $W_{2/2}$ と略記する)を最少素子数で構成する目的で、最も簡単な抵抗2素子、リアクタンス2素子の回路(以下これを $N_{2R,2X}$ と略記する)について研究した。

その方法はすべての $N_{2R,2X}$ のうち、 $W_{2/2}$ として適するもののイミタンスを考え、 $W_{2/2}$ と等置してその係数と構成素子値との関係、および構成可能条件を求めたものである。なおこ

* 東京工業大学工学部電子物理学科 教授

の条件を作図的に示した結果、 $W_{2/2}$ の構成可能範囲や他の方法による範囲と、 $N_{2R,2X}$ の範囲との比較が明瞭になった。さらに $W_{2/2}$ の軌跡と係数の関係も明確に求めた。普通の連分数展開による梯子型の構成法では 5 素子必要とする回路も、 $N_{2R,2X}$ で構成できる場合があることが判明した。

2. $W_{2/2}$ の性質

2. 1 与えられたイミタンスを 1 ポートで構成可能な必要充分条件は、それが正実関数であることである。ここでは $W_{2/2}$ を次のように規格化する。

$$W_{2/2}(s) = \frac{rb_2 s^2 + a_1 s + 1}{b_2 s^2 + b_1 s + 1} \quad (1)$$

この $W_{2/2}$ が正実関数であるためには次の条件が必要である。

$$F_0 = b_2 - \frac{a_1 b_1}{(1-r)^2} \leq 0 \quad (2)$$

ただし

$$r, b_2, b_1, a > 0 \quad (r=1 の場合は非常に簡単) \quad (3)$$

$r > 1$ または $r < 1$ により構成可能な回路形式は異なるが、 $r > 1$ のときは $W_{2/2}$ の逆数をとり

$$\frac{1}{r} = r', \quad a_1 = b'_1, \quad b_1 = a'_1, \quad b_2 r = b'_2 \quad (4)$$

とおくと、 $r' < 1$ となるから、ここでは $r < 1$ の場合のみを考える。 $r > 1$ のときの取り扱いの実際の例は後で述べる。なお $r > 1$ の場合も (2) 式は明らかに成立する。

2. 2 $W_{2/2}$ の軌跡

$$W_{2/2}(j\omega) = \frac{1 + \omega^2 \{a_1 b_1 - b_2 (1+r)\} + rb_2^2 \omega^4 + j\omega \{a_1 - b_1 + b_2 (b_1 r - a_1) \omega^2\}}{(1 - b_2 \omega^2)^2 + b_1^2 \omega^2} \\ \equiv \operatorname{Re} W_{2/2}(j\omega) + j \operatorname{Im} W_{2/2}(j\omega) \quad (5)$$

2. 2-a $\operatorname{Re} W_{2/2}(j\omega)$ は常に負ではない。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \operatorname{Re} W_{2/2}(j\omega)}{d\omega} &= 2\omega \frac{F_{12} - 2b_2^2(1-r)\omega^2 + b_2^2 F_2 \omega^4}{\{1 + (b_1^2 - 2b_2)\omega^2 + b_2^2 \omega^4\}^2} \\ F_{12} &= (1-r)b_2 + (a_1 - b_1)b_1 \\ F_2 &= (1-r)b_2 - (a_1 - rb_1)b_1 \\ \frac{d \operatorname{Re} W_{2/2}(j\omega)}{d\omega} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

を満足する ω として $\omega=0, \omega=\infty$ の他に、 $F_2 \neq 0$ のとき

$$\omega_1^2, \omega_2^2 = \frac{b_2(1-r) \pm b_1\sqrt{F_1}}{b_2 F_2} \quad (\omega_1 < \omega_2 \text{ とする}) \quad (7)$$

ここで

$$F_1 = (1-r)^2 b_2 + (a_1 - b_1)(a_1 - r b_1) \quad (8)$$

かつ、 $b_2^2(1-r)^2 - F_2 F_{12} = b_1^2 F_1$ の関係がある。さらに $F_2 = 0$ のときは

$$\omega_3^2 = \frac{F_{12}}{2b_2^2(1-r)} \quad (9)$$

のとき $d \operatorname{Re} W_{2/2}(j\omega)/d\omega = 0$ となる。以上の関係をまとめると

- a-1) $F_1 > 0, F_2 > 0, F_{12} > 0$ のとき ω_1, ω_2
- a-2) $F_1 > 0, F_2 < 0, F_{12} > 0$ のとき ω_1 のみ
- a-3) $F_1 > 0, F_2 > 0, F_{12} \leq 0$ のとき ω_2 のみ
- a-4) $F_2 = 0, F_{12} > 0$ のときは ω_3 のみ
- a-5) $F_1 > 0, F_2 < 0, F_{12} < 0$
または $F_1 < 0, F_2 \neq 0$
または $F_2 = 0, F_{12} \leq 0$ } のときはなし

しかもつぎの関係がある。

$$\operatorname{Re} W_{2/2}(j\omega_1) > 1, \quad \operatorname{Re} W_{2/2}(j\omega_2) < r, \quad \operatorname{Re} W_{2/2}(j\omega_3) > 1.$$

2.2-b $\operatorname{Im} W_{2/2}(j\omega)$ の符号

ω が 0 から ∞ に変化するとき、 $\operatorname{Im} W_{2/2}(j\omega)$ は

- b-1) $b_1 < a_1$ のとき $0 \rightarrow + \rightarrow 0 \rightarrow - \rightarrow 0$
- b-2) $a_1 < b_1 < a_1/r$ のとき $0 \rightarrow - \rightarrow 0$
- b-3) $a_1/r < b_1$ のとき $0 \rightarrow - \rightarrow 0 \rightarrow + \rightarrow 0$

2.2-c a-1)~a-4) の条件のもとで、 $\omega = \omega_1, \omega_2, \omega_3$ のときの $\operatorname{Im} W_{2/2}(j\omega)$ の符号

(5) 式の $\operatorname{Im} W_{2/2}(j\omega)$ の分子の { } 内に ω_1, ω_2 を代入。(以下これを $\{\omega_1, \omega_2\}$ と略記する。
他の ω についても同様)

$$\{\omega_1, \omega_2\} = a_1 - b_1 + (rb_1 - a_1) \frac{b_2(1-r) \pm b_1\sqrt{F_1}}{F_2} = b_1 \frac{-F_1 \pm (b_1r - a_1)\sqrt{F_1}}{F_2} \quad (10)$$

(+, - はそれぞれ ω_2, ω_1 を示す)

ところが

$$F_1^2 - (b_1r - a_1)^2 F_1 = F_1 F_2 (1-r) \quad (11)$$

となり、かつ $F_1 > 0$ 故

$$\begin{aligned} F_2 > 0 \text{ なら} & \quad |F_1| > |b_1r - a_1|\sqrt{F_1} \\ F_2 < 0 \text{ なら} & \quad |F_1| < |b_1r - a_1|\sqrt{F_1} \end{aligned} \quad (12)$$

故に

c-1) a-1) に対応して, $F_1 > 0, F_2 > 0, F_{12} > 0$ のとき

$$\{\omega_1, \omega_2\} = \frac{b_1}{F_2} \left\{ -F_1 \pm (rb_1 - a_1) \sqrt{F_1} \right\} < 0 \quad (13-1)$$

c-2) a-2) に対応して, $F_1 > 0, F_2 < 0, F_{12} > 0$ のとき

$$\{\omega_1\} = \frac{b_1}{F_2} \left\{ -F_1 - (b_1 r - a_1) \sqrt{-F_1} \right\} < 0 \quad (13-2)$$

($\because F_2 = (1-r)b_2 - (a_1 - rb_1)b_1 < 0$ から $0 < (1-r)b_2 < (a_1 - rb_1)b_1$ すなわち $(b_1 r - a_1) < 0$ で, $\text{Im } W_{2/2}(j\omega_1) > 0$ となることはない。)

c-3) a-3) に対応して $F_1 > 0, F_2 > 0, F_{12} \leq 0$ のとき

$$\{\omega_2\} = \frac{b_1}{F_2} \left\{ -F_1 + (rb_1 - a_1) \sqrt{F_1} \right\} < 0 \quad (13-3)$$

c-4) a-4) の ω_3 に対しては, $F_2 = 0, F_{12} > 0$ 故

$$\{\omega_3\} = a_1 - b_1 + (b_1 r - a_1) \frac{F_{12}}{2b_2(1-r)} = \frac{-b_1 b_2 (1-r)^2 + (a_1 - b_1) F_2}{2b_2(1-r)} = \frac{-b_1 (1-r)}{2} < 0 \quad (13-4)$$

以上 2.2-a, 2.2-b, 2.2-c の結果から $W_{2/2}(j\omega)$ (ただし $r < 1$ のとき) の軌跡を描くことができる。

2.3 $W'_{2/2}$ の軌跡。2.2 と同様にして

$$W'_{2/2}(j\omega) = \frac{1}{W_{2/2}(j\omega)} \quad (r > 1) \quad (14)$$

の軌跡も求められる。方法は前と同様で結果のみを記す。

1. $\omega = 0, \infty$ に対応して, $W'_{2/2} = 1, 1/r$ である。

2. $d \text{Re } W'_{2/2}(j\omega)/d\omega = 0$ を満足する ω は

$$\omega = 0, \quad \omega = \infty$$

の他に

$$\omega'_1{}^2, \omega'_2{}^2 = \frac{b_2 r (1-r) \pm a_1 \sqrt{r F_1}}{b_2 r F_{13}} \quad (\omega'_2 > \omega'_1), \quad b_2^2 r (r-1)^2 - F_3 F_{13} = a_1^2 F_1$$

の関係あり。ただし

$$F_3 = (1-r)b_2 + a_1(a_1 - b_1), \quad F_{13} = r b_2 (1-r) - a_1(a_1 - rb_1), \quad \omega'_3{}^2 = \frac{F_3}{2r(1-r)b_2^2}$$

3-i) ω'_1, ω'_2 ともに存在する条件; $F_1 > 0, F_3 > 0, F_{13} > 0$

3-ii) ω'_1 のみが存在する条件; $F_1 > 0, F_3 > 0, F_{13} < 0$

3-iii) ω'_2 のみが存在する条件; $F_1 > 0, F_3 < 0, F_{13} > 0$

3-iv) ω'_3 のみが存在する条件; $F_{13} = 0, F_3 > 0$

4. 以上の $\omega'_1, \omega'_2, \omega'_3$ をもとの $\operatorname{Re} W'_{2/2}(j\omega)$ に代入してみると

$$\operatorname{Re} W'_{2/2}(j\omega'_1) < 1, \quad \operatorname{Re} W'_{2/2}(j\omega'_2) > \frac{1}{r}, \quad \operatorname{Re} W'_{2/2}(j\omega'_3) < 1$$

となる。

5. $\operatorname{Im} W'_{2/2}(j\omega)$ の符号は、 ω が $0 \rightarrow \infty$ に変化するとき

$$b_1 > \frac{a_1}{r} > a_1 \text{ ならば } 0 \rightarrow + \rightarrow 0 \rightarrow - \rightarrow 0$$

$$\frac{a_1}{r} > b_1 > a_1 \text{ ならば } 0 \rightarrow + \rightarrow 0$$

$$a_1 > b_1 \text{ ならば } 0 \rightarrow - \rightarrow 0 \rightarrow + \rightarrow 0$$

6. $\operatorname{Im} W'_{2/2}(j\omega)$ の $\omega = \omega'_1, \omega'_2, \omega'_3$ における符号

$$\operatorname{Im} W'_{2/2}(j\omega'_1) > 0 \text{ ただし } F_3 > 0, F_{13} > 0, F_2 > 0$$

$$\operatorname{Im} W'_{2/2}(j\omega'_2) > 0 \text{ ただし } F_3 < 0, F_{13} > 0, F_2 > 0$$

$$\operatorname{Im} W'_{2/2}(j\omega'_3) > 0 \text{ ただし } F_3 > 0, F_{13} = 0$$

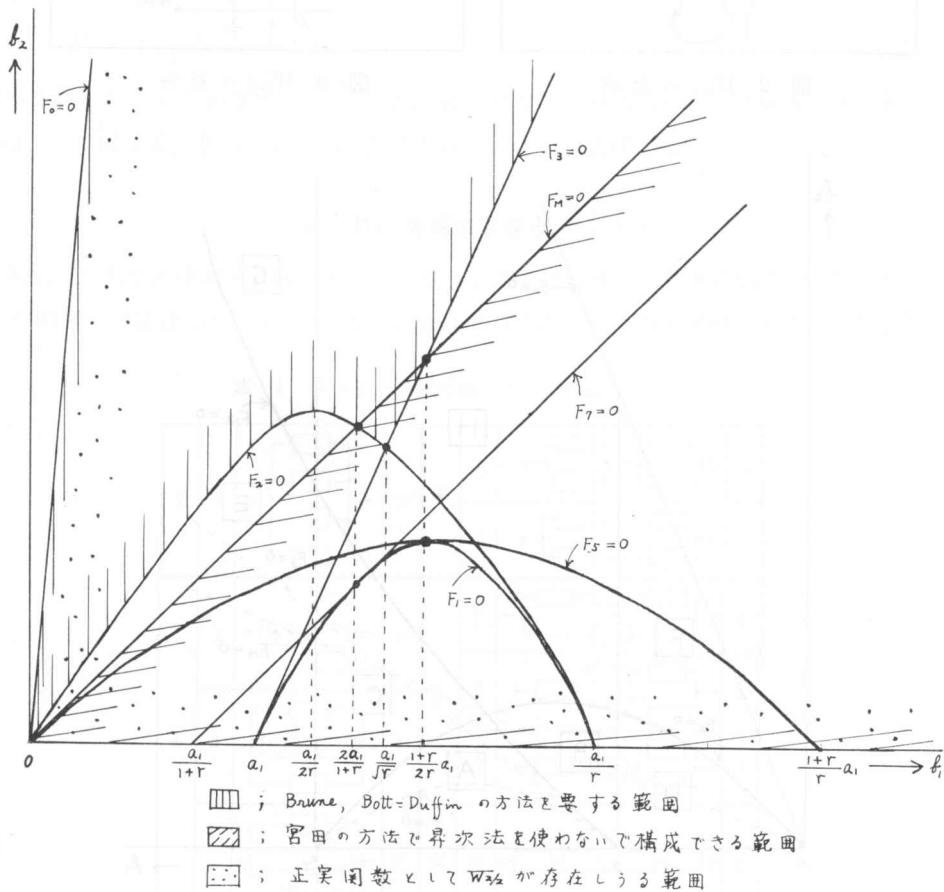
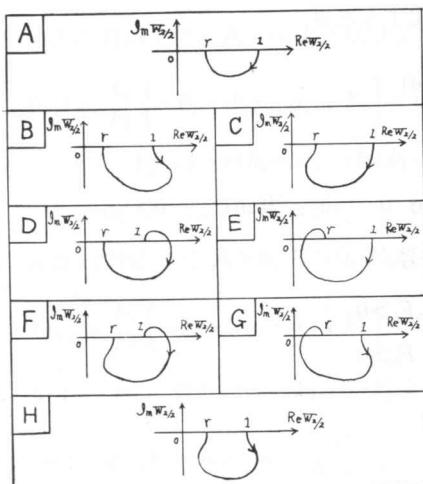
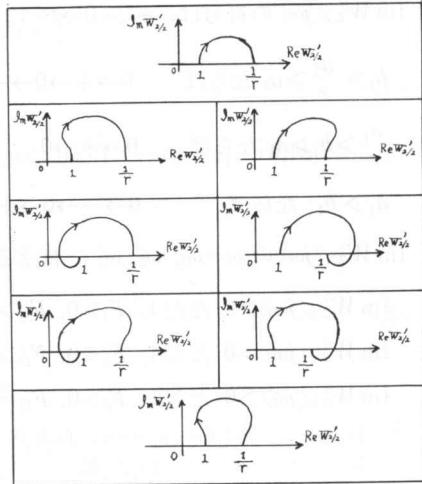
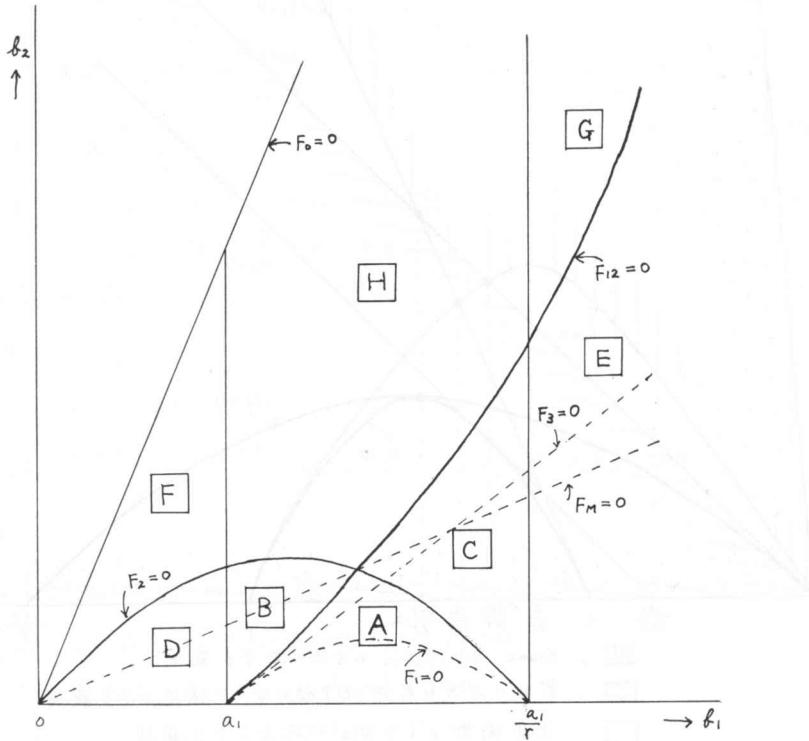


図-1 構成可能領域 ($1 > r > 1/3$ のときを例示)

以上の通り $W_{2/2}$ の性質が判明したからこれを図-1に描く。すなわち横軸に b_1 , 縦軸に b_2 をとて, $F_0=0$, $F_1=0$, $F_2=0$, $F_{12}=0$ を描き, $W_{2/2}$ が正実関数として求めうる範囲も示す。

また $W_{2/2}$, $W'_{2/2}$ の軌跡を図-2, 図-3に描く。軌跡と $W_{2/2}$ の範囲の対応を図-4に示す。

図-2 $W_{2/2}$ の軌跡図-3 $W'_{2/2}$ の軌跡図-4 $W_{2/2}$ の軌跡区分

3. Brune, または Bott-Duffin の process, および宮田の昇次法を用いないで $W_{2/2}$ を構成する範囲

与えられた $W_{2/2}$ を構成するとき, Brune または Bott-Duffin の process を必要とする条件は, $W_{2/2}$ および $W'_{2/2}$ の軌跡を考えれば簡単である。すなわち, 2.2-a の a-1) または a-3) が成立する (ω_2 が存在する) と同時に, 2.3 の 3-i), 3-iv) が成立する (ω'_1 , ω'_3 が存在する) 共通範囲である。したがって条件は

- 1) $F_1 > 0$, $F_2 > 0$
- 2) $F_3 > 0$

を同時に満足する範囲である。これを 図-1 の中に示す。

つぎに宮田の方法で昇次法を用いて構成できる範囲は, (1) 式の偶関数部を求めて

$$U = rb_2^2 s^4 + \left\{ (1+r) b_2 - a_1 b_1 \right\} s^2 + 1 \quad (15)$$

を得る。したがって

$$F_M = (1+r) b_2 - a_1 b_1 < 0 \quad (16)$$

が求める条件で、この範囲も 図-1 に示す。宮田の方法で昇次法を用いて構成できる範囲については、その構成素子数がさらに多くなるから、ここでは省略する。

4. $W_{2/2}$ を構成できる $N_{2R,2X}$

$N_{2R,2X}$ が異なる 4 素子で構成されているとして、そのすべての接続法を表-1 に示す。この表で 10 通りの接続が得られるが、をつけたものは、のないものと対応である。すなわち一方

表-1 4 素子で接続可能なすべての組み合わせ

I	1		10'	II	5		6'
					6		
II	2		7'	III	7		2'
	3		9'		8		4'
	4		8'		9		3'
				IV	10		1'

表-2 $W_{2/2}$ を構成可能な $N_{2R,2X}$ (素子値と $W_{2/2}$ の係数の関係について
インピーダンスのみについて記載してある)

条件	イミタンス回路図	素子値と $W_{2/2}$ の係数の関係		備考
		インピーダンス	アドミタンス	
$N-1$ $N-1'$ $F_2 = 0$		$R_1 = r$, $R_2 = 1 - r$ $C_1 = \frac{b_1}{1-r}$, $L_1 = a_1 - r b_1$	$R_1 = r$, $R_2 = 1 - r$ $C_1 = \frac{b_1}{1-r}$, $L_1 = a_1 - r b_1$	$F_2 = b_2(1-r) - b_1(a_1 - r b_1)$
$N-2$ $N-2'$ $F_3 = 0$		$R_1 = 1$, $R_2 = \frac{r}{1-r}$ $L_1 = \frac{a_1 r}{1-r}$, $C_1 = \frac{b_2(1-r)}{a_1}$	$R_1 = 1$, $R_2 = \frac{r}{1-r}$ $L_1 = \frac{a_1 r}{1-r}$, $C_1 = \frac{b_2(1-r)}{a_1}$	
$N-3$ $N-3'$ $a_1 > b_1$		$R_1 = \frac{a_1}{b_1}$, $R_2 = \frac{a_1}{a_1 - b_1}$ $L_{15} = \frac{a_1^2}{a_1 - b_1}$, $C_{13} = \frac{b_2(a_1 - b_1)}{a_1^2}$	$R_1 = \frac{a_1}{b_1}$, $R_2 = \frac{a_1}{a_1 - b_1}$ $L_{15} = \frac{a_1^2}{a_1 - b_1}$, $C_{13} = \frac{b_2(a_1 - b_1)}{a_1^2}$	
$N-4$ $N-4'$ $a_1 > b_1$		$R_1 = 1$, $R_2 = \frac{a_1 - b_1}{b_1}$ $L_{15} = a_1 - b_1$, $C_{14} = \frac{b_2}{a_1 - b_1}$	$R_1 = 1$, $R_2 = \frac{a_1 - b_1}{b_1}$ $L_{15} = a_1 - b_1$, $C_{14} = \frac{b_2}{a_1 - b_1}$	
$N-5$ $N-5'$ $F_7 = 0$		$R_1 = r$, $R_2 = 1$ $L_1 = \frac{ra_1}{r+1}$, $C_1 = \frac{b_2(1+r)}{a_1}$	$R_1 = r$, $R_2 = 1$ $L_1 = \frac{ra_1}{r+1}$, $C_1 = \frac{b_2(1+r)}{a_1}$	$F_7 = b_2(1+r)^2 + a_1\{a_1 - b_1(1+r)\}$

のインピーダンスと他方のアドミタンスは同じ式で与えられ、 $R \leftrightarrow G$, $L \leftrightarrow C$ としたものに過ぎない。故にどちらか一方のみを考察すればよい。これらの $N_{2R,2X}$ のうち $W_{2/2}$ として存在しうるものは、 $s=0$ または $s=\infty$ に零点または極を持つことが許されないから、 L または C が直列、または直接並列接続となる $N_{2R,2X}$ は $W_{2/2}$ になり得ない。さらに R , L , C 3種の素子のうち、一種類のみの直列または並列接続も意味がない。このような考慮から 10通りの素子組み合わせのうち、 $W_{2/2}$ として求められる回路は 10種類である。このうち半分の 5種類のインピーダンスを計算した上、素子値と $W_{2/2}$ の係数の関係、および構成可能条件をまとめたものが表-2 である。この表にはインピーダンスと双対をなすアドミタンスも記入してある。この表の作り方を $N-5$ の例で示す。 $N-5$ のインピーダンスは

$$Z = \frac{R_1 R_2 + L_1 (R_1 + R_2) s + R_1 R_2 C_1 L_1 s^2}{R_1 + (R_1 R_2 C_1 + L_1) s + R_2 C_1 L_1 s^2} \quad (17)$$

となり、これを(1)式と比較して

$$r = R_1, \quad 1 = R_2, \quad b_1 = \frac{L_1 + R_1 R_2 C_1}{R_1}, \quad a_1 = \frac{(R_1 + 1)L_1}{R_1}, \quad b_2 = \frac{C_1 L_1}{R_1} \quad (18)$$

を得る。これから

$$R_1 = r, \quad R_2 = 1, \quad L_1 = \frac{ra_1}{r+1} = r \left(b_1 - b_2 \frac{r+1}{a_1} \right), \quad C_1 = \frac{b_2(1+r)}{a_1} \quad (19)$$

となり、 L_1 を求めた式と、 R_1 から

$$r \neq 0, \quad b_2(1+r)^2 + a_1 \{a_1 - b_1(r+1)\} \equiv F_7 = 0 \quad (20)$$

の条件を得る。この条件を図-1に描く。

表-2からN-3とN-4は構成条件が同じである。 $W_{2/2}$ の係数が同じでも、2通りの回路を構成しうることは興味深い。それらの素子値の間には

$$\begin{aligned} R_{13} &= 1 + R_{24}, \quad R_{23} = \frac{1+R_{24}}{R_{24}}, \quad L_{13} = \left(\frac{1+R_{24}}{R_{24}}\right)^2 L_{14}, \quad C_{13} = \left(\frac{R_{24}}{1+R_{24}}\right)^2 C_{24} \\ R_{14} &= 1, \quad R_{24} = R_{13} - 1, \quad L_{14} = \frac{R_{13}L_{13}}{R_{23}(R_{13}+R_{23})}, \quad C_{14} = \frac{R_{23}(R_{13}+R_{23})}{R_{13}} C_{13} \end{aligned}$$

の関係がある。

5. $W_{2/2}$ を $N_{2R,2X}$ で構成する方法

与えられた $W_{2/2}$ が、表-2の中の条件に適するかどうかを検算すればよい。ただし $N-5'$ の回路がインピーダンスとして存在しうるためには、(4)式の変換を条件式に施して、新しい条件式を求めればよい。すなわち条件は次の通りとなる。

$$b_2 r \left(1 + \frac{1}{r}\right)^2 + b_1 \left\{b_1 - a_1 \left(\frac{1}{r} + 1\right)\right\} = r \left[b_2(1+r)^2 + b_1 \{b_1 r - a_1(1+r)\} \right] \equiv F_5 r = 0 \quad (21)$$

故にインピーダンス $Z_{2/2}$ が与えられたとき次の手順で構成可能である。

- i) $r=1, a_1 > b_1$ ならば $N-3, N-4$
- ii) $r=1, a_1 < b_1$ ならば $N-3', N-4'$ (このときは $Y_{2/2}$ から $Z_{2/2}$ を決定する)
- iii) $r < 1, F_2 = 0$ ならば $N-1$
- iv) $r < 1, F_3 = 0$ ならば $N-2$
- v) $r > 1$ のときは $Y_{2/2} = 1/Z_{2/2}$ を求め、 $Y_{2/2}$ で
 - $r < 1, F_2 = 0$ ならば $N-1'$
 - $r < 1, F_3 = 0$ ならば $N-2'$
- vi) $F_7 = 0$ のとき $N-5$
- $F_5 = 0$ のとき $N-5'$

6. 結 言

4.の結果より与えられた $W_{2/2}$ を $N_{2R,2X}$ で構成できる条件は非常にきびしいことが判る。しかし普通の梯子型より少ない素子数で構成可能な場合がある。例えば

$$Z = \frac{16s^2 + 6s + 1}{8s^2 + 6s + 1} \quad (22)$$

を梯子型で構成するならば

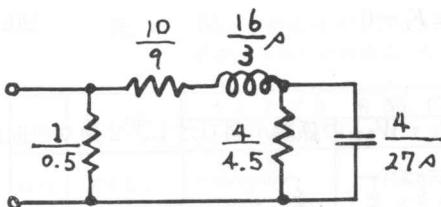


図-5 (22) 式を梯子型で構成した場合

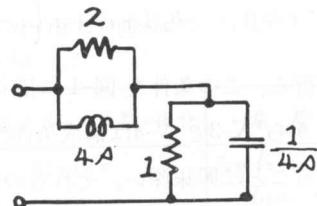


図-6 (22) 式を N-5 で構成した場合

$$Z = \frac{1}{0.5 + \frac{1}{\frac{16}{3}s + \frac{10}{9} + \frac{1}{\frac{27}{4}s + \frac{4.5}{4}}}} \quad (23)$$

と連分数展開して R 3 ケ, L 1 ケ, C 1 ケ, 計 5 ケ必要とする(図-5)。しかし(22)式は $F_7 = 0$ を満足するから, R 2 ケ, L 1 ケ, 計 4 素子で構成可能である(図-6)。表-2 の回路の視察により, $N-1, 1' \sim N-4, 4'$ の回路は明らかに梯子型に展開可能であるが, $N-5, 5'$ の回路はこれが不能である。

構成法と直接の関係はないが, 4 素子で構成可能な回路形式の組み合わせをすべて求める方法, それに $W_{2/2}$ や各構成法における条件式を図-1 のように描く方法は便利なものと思われ, また $W_{2/2}$ の係数とその軌跡の関係が明瞭になった事実は意義あることと思う。

本研究は昭和 42 年度の文部省国内研究員として東京工業大学に滞在中に行なったものであり, 色々御検討下さいました東京工大川上研究室, 柳沢研究室の方々に深く感謝致します。

参考文献

- 1) O. Brune: J. Math. and Phys. Vol. 10, No. 3, Oct. 1931.
- 2) R. Bott and R. J. Duffin: J. Appl. Phys. Vol. 20, No. 8, Aug. 1949.
- 3) 宮田房近: 信学誌. 昭和 27 年 5 月.

その他として

川上正光・品田雄治: “双 2 次イミタンスを 4 素子で構成できるすべての場合について”, 昭和 42 年度, 電子通信学会創立 50 周年記念全国大会.
品田雄治: “最少素子数による双 2 次イミタンスの構成”, (抵抗 3 素子, リアクタンス 2 素子の場合) 講演論文集 34, 昭和 43 年電気四学会北海道支部連合大会.