

振り疲労試験におけるトルクの解析 (続報)

追分重義
宇野和雄

(昭和42年10月30日受理)

Analysis of Torque along the Testing Shaft Axis in the Torsional Fatigue Test

(Continued)

by Shigeyoshi OIWAKE and Kazuo UNO

The torsional fatigue test, especially the phenomena a little prior to the fatigue failure is reported. The experimental data for this paper belong to the same series of data as for the main report, in which the concept of fatigue torque was established and evaluated.

The following are made clear by this study, in which the torsional fatigue test is regarded as a damped forced torsional vibration, and the spring factor and the damping factor are dealt as variables in the vibration equation.

(1) At the critical cycle after which the specimen hastily approach the fatigue failure, a) The damping factor is zero. b) T_w/T (fatigue torque to test torque) does not exceed a constant peculiar to the system. c) T_w/T increases abruptly after the critical cycle for the fracture. d) The critical cycle coincides with the life N in the $S \sim N$ curve.

(2) For the period before the critical cycle, a) T_w/T increases gradually until the critical cycle is reached. b) At the same number of cycle, T_w/T is greater for the higher stress amplitude than for the lower, as long as it is between the endurance stress and yielding one. The experiment shows this does not hold for the comparison across either limit of stress. c) The relation between the temperature rise and the damping factor calculated by the measured T_w/T , during the test, is similar to that known for the static test.

1. 緒 言

前報では、① 西原式曲げ振り疲労試験機による試験中の試験軸に沿うトルクの解析をおこない、② 試験片の両側の試験軸部位の巨視ひずみから疲労トルクを算出し、③ さらに試験部の温度測定をおこない、疲労仕事度、疲労発熱度、疲労内在度等、疲労累積の目安を得る理論を述べ、④ 実験結果を示した。前報では破壊移行点以前の疲労トルクや疲労累積の度合いを試験応力区間で比べたが¹⁾、本報は同点付近に対する疲労トルクの影響を明らかにしたも

のである。この疲労試験を減衰のある強制振り振動試験を見て、同点付近の疲労トルクと揺動トルクとの比 T_w/T (以下疲労トルク比と称する。), ばね定数, 減衰定数間の関連を振動の式で検討の結果, これらの関数的変化が同点付近の実験結果をかなり良く説明できると思われた。実験データは前報のそれと同じ一連のものである。

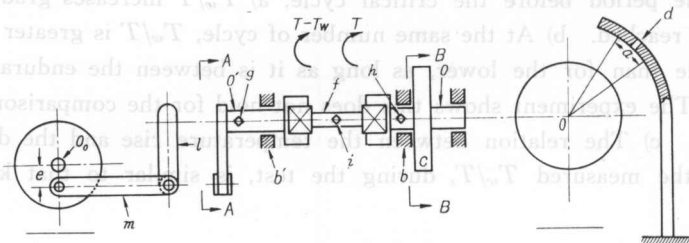
2. 実験と考察

疲労試験機, 供試材, 試験片, 試験方法, 疲労トルクや温度の測定の詳細については前報のとおりである。実験の主要諸元を再記すると, 供試材は S35C 焼鈍材, 降伏振り応力 $\tau_y=20.3 \text{ kg/mm}^2$, 耐久限度 $\tau_w=11.5 \text{ kg/mm}^2$, 剪断弾性係数 $G=0.8203 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, 試験機は準共振式の西原式曲げ振り疲労試験機, その振動数は 2300 cpm , 中間軸の角速度にして $\omega=240.7 \text{ rad/sec}$, 試験片以後の回転体の慣性モーメント $I=0.3785 \text{ cm} \cdot \text{kg} \cdot \text{sec}^2$, 試験応力区分は, $\tau=9.5, 13.3, 16.6, 18.0, 18.8, 20.7 \text{ kg/mm}^2$ である¹⁾。

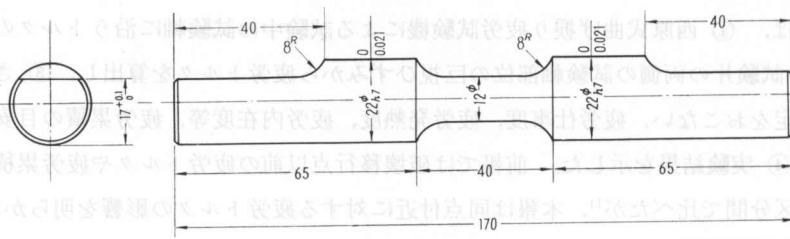
さて本試験機を使用しての振り疲れ現象を, 減衰を伴う強制振り振動現象と見, 強制および誘起振動の振幅をそれぞれ Φ'_0, Φ_0 , 振幅比 $x=\Phi_0/\Phi'_0$ とすると,

$$x = \frac{\Phi_0}{\Phi'_0} = \sqrt{\frac{k^2 + (c\omega)^2}{(k - I\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (1)$$

ここに k は試験片のばね定数, c は減衰定数である^{2),3)}。 k については, 試験片平行部径より摺り部径が遙かに太く, 平行部の仕上がり寸法が大きく効くので, 隅肉半径や摺り部肩距離を考慮する相当長さによらず, 摺り部は剛体と仮定し, 直径が平行部の測定値 $d \text{ cm}$, 長さが摺り部肩距離の標準値 4 cm の中実丸軸の k として, $k=20133 d^4 \text{ cmkg/rad}$ により求めた。



第1図 試験機



第2図 試験片

誘起振動のトルクは前報における揺動トルク T で、フライホイール位置の半径 r における振れ幅を a とすると¹⁾,

$$T = I\omega^2 a/(2r) = I\omega^2 \Phi_0 \quad (2)$$

強制振動のトルクは、

$$T - T_w = I\omega^2 \Phi'_0 \quad (3)$$

(1), (2), (3) 式より

$$x = 1/(1 - T_w/T) \quad (4)$$

$$T_w/T = 1 - 1/x \quad (5)$$

さて本実験における程度の供試機の温度上昇に対しては、遠藤らはその振り振子を用いての静振りの試験結果により、 k が不変と仮定して疲れを取扱っているが⁴⁾、本論が問題とする破壊移行点前後のサイクルでは、温度上昇のほかに疲れ欠陥の拡大が試験片総体のばね定数を変える、一般には低下の方向に変えると仮定した方がよいと思う。本論は破壊移行点前後では k 、 c はその処女材のときの値から変り得る量と仮定して議論を進める。

(1) 式を減衰定数 c について解くと、

$$c = \sqrt{\frac{k^2 - x^2(k - I\omega^2)^2}{\omega^2(x^2 - 1)}} = \sqrt{\frac{-(x^2 - 1)k^2 + 2x^2 I\omega^2 k - x^2 I^2 \omega^4}{\omega^2(x^2 - 1)}} \quad (6)$$

定義上 $x > 1$, $c \geq 0$ なるべきで、この必要十分条件は (5) 式より、

$$x \leq 1/(1 - I\omega^2/k) \quad (7)$$

(5) 式は k , c 座標面で c 軸に平行な対称軸を持つ曲線の $c \geq 0$ の領域にある部分を表わしている。この曲線の最高点の座標は、

$$\begin{cases} k = x^2 I\omega^2 / (x^2 - 1) \\ c_{\max} = x I\omega / (x^2 - 1) \end{cases} \quad (8)$$

$$\quad (9)$$

破壊移行点より僅か前のサイクルでは疲れ欠陥が僅少で、ばね定数が依然として処女材の k_0 であるとする、このときの x の採り得る値は (7) 式より

$$x \leq 1/(1 - I\omega^2/k_0) \quad (10)$$

したがって、

$$x_{\max} = 1/(1 - I\omega^2/k_0) \quad (11)$$

さらに (5) 式より、

$$(T_w/T)_{\max} = I\omega^2/k_0 \quad (12)$$

つぎに (10) 下号の式を (8), (9) 式に代入すると、

$$\begin{cases} k = k_0/(2 - I\omega^2/k_0) \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} c_{\max} = \frac{k_0}{\omega} \cdot \frac{1 - I\omega^2/k_0}{2 - I\omega^2/k_0} \end{cases} \quad (14)$$

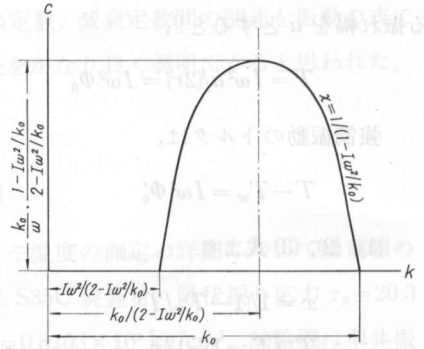
(10) 下号の式を(6)式に入れて、これを零と置くと、

$$k = k_0 \quad \text{または} \quad I\omega^2/(2 - I\omega^2/k_0) \quad (15)$$

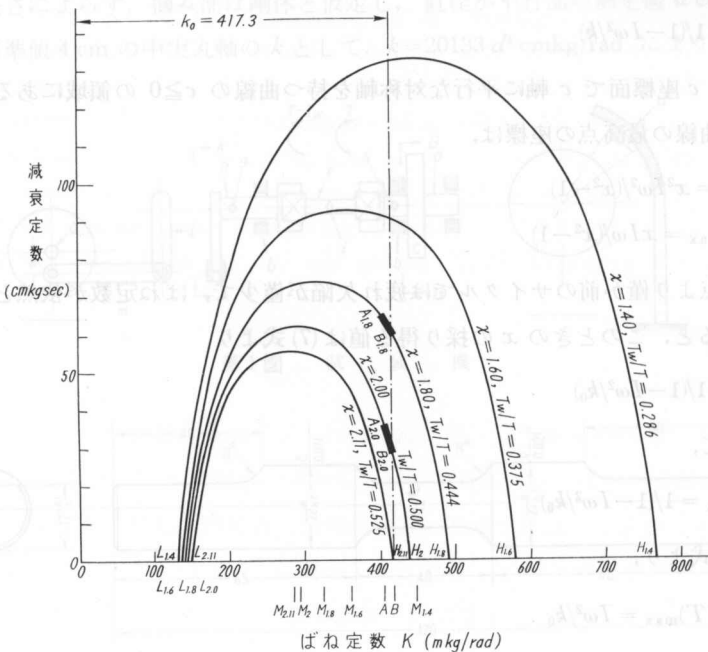
破壊移行点では、誘起振動部の慣性のために、同点より僅か前のサイクルの振幅比 x が持続し、急激に欠陥を拡大、ばね定数を変化させると推定されるので、(13)、(14)式は破壊移行点直後の (k, c) の組み合わせ中、 (k, c_{\max}) を、(15)式は破壊するときの k

を示す。しかし破壊移行点以後では一般に $k < k_0$ になると考えられ、この系では(15)第2式の k となる。第3図は $c \sim k$ 曲線に上述の諸式を傍記したものである。誘起振動部の慣性によって、破壊移行点直前の振幅比 x が直後まで持続すると、 k は直前の $k \doteq k_0$ から次第に低下し、一方 c は $c = 0$ から次第に増し、 k が $k = k_0/(2 - I\omega^2/k_0)$ まで減ったときに c はその最大 $c_{\max} = \frac{k_0}{\omega} \cdot \frac{1 - I\omega^2/k_0}{2 - I\omega^2/k_0}$ に達し、さらに k が $k = I\omega^2/(2 - I\omega^2/k_0)$ まで減り、再び $c = 0$ になる。移行点の $k = k_0, c = 0$; その後の $k = I\omega^2/(2 - I\omega^2/k_0), c = 0$ がそれぞれ、不完全、完全な破壊に対応すると考えられる。

第4図は(10)下号の式の x を媒数とする(6)式の $c \sim k$ 曲線である。この系の場合は(11),



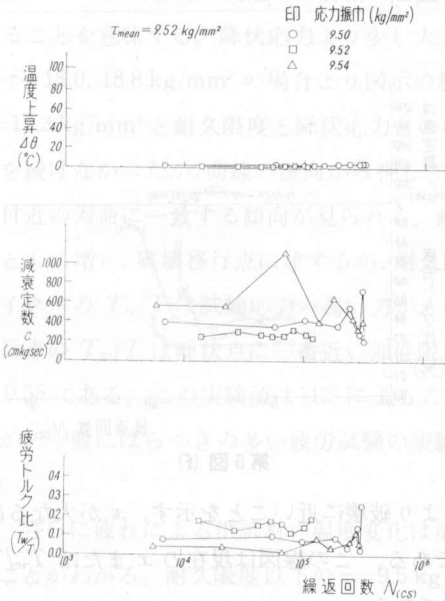
第3図 破壊移行点における k や c の変動



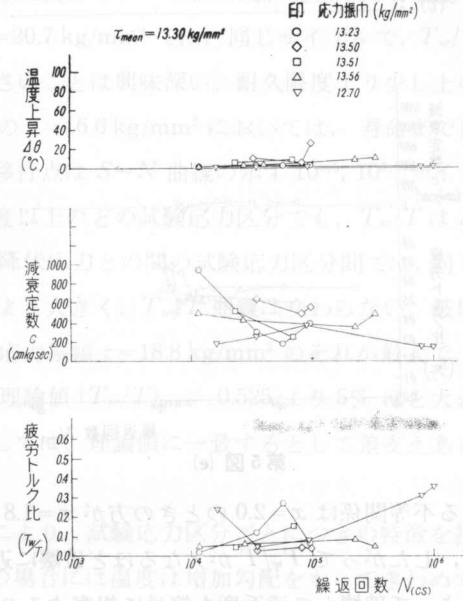
第4図 x または T_{20}/T を媒数とする $c \sim k$ 線図

(12) 式より, $x_{\max}=2.11$, $(T_w/T)_{\max}=0.525$ であるから, この媒数の曲線より内側の曲線はない。各曲線と k 軸との交点のうち, 左は完全, 右は不完全破壊に対応する。破壊移行点直前の (k, c) は, 例えば $x=2.0, 1.8$ ではそれぞれ $\widehat{A_{2.0} B_{2.0}}, \widehat{A_{1.8} B_{1.8}}$ 付近にあり,

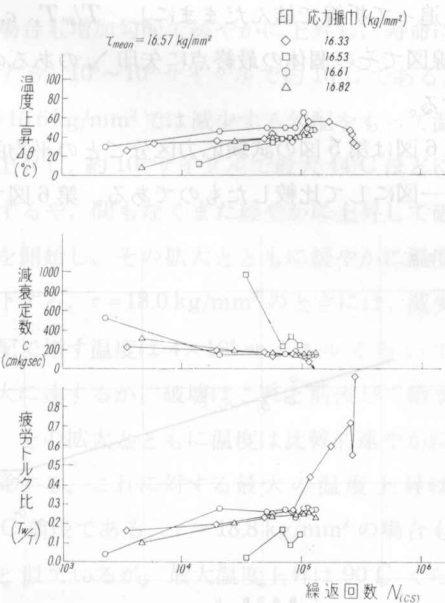
$$\overline{AL_{2.0}} < \overline{AL_{1.8}}, \quad \overline{BH_{2.0}} < \overline{BH_{1.8}}$$



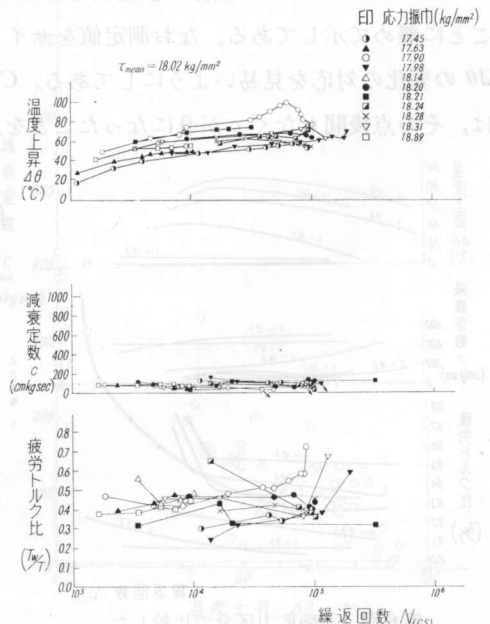
第5図 (a)



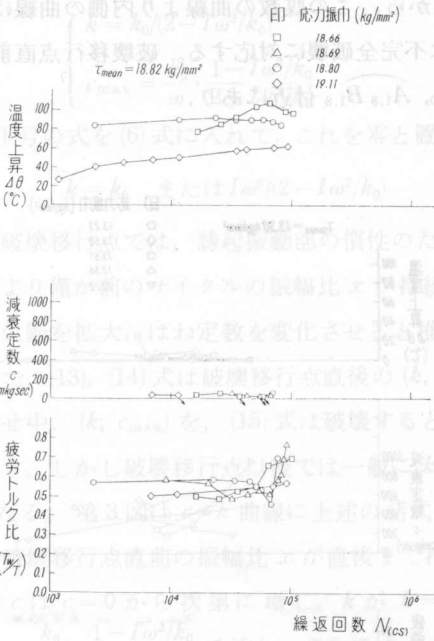
第5図 (b)



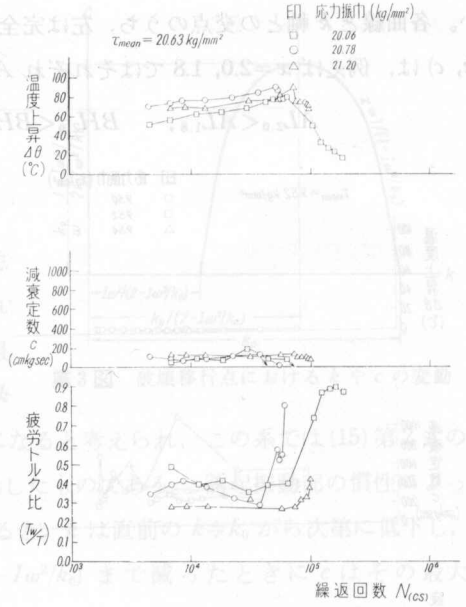
第5図 (c)



第5図 (d)



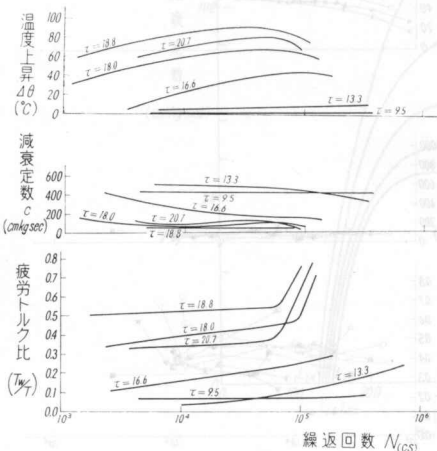
第5図 (e)



第5図 (f)

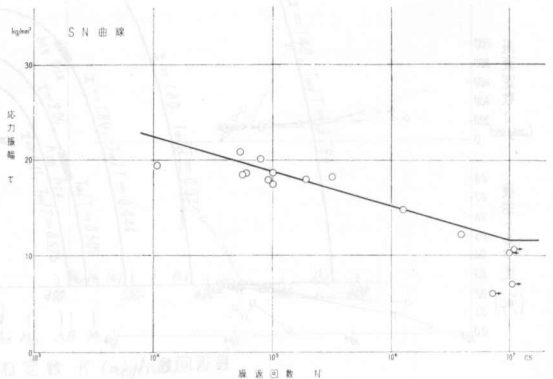
なる不等関係は $x=2.0$ のときの方が $x=1.8$ のときより破壊に近いことを示す。 x が大なるほど、したがって T_w/T が大なるほど破壊に近いのである。この線図は現在の x または T_w/T によって破壊との遠近度を簡単に視察するのに便利である。

第5図 (a)~(f) は本疲労試験結果を置点した $T_w/T, c, \Delta\theta \sim N$ 線図である。試験応力区分ごとに纏めて示してある。なお測定値をサイクルを追って折線で結んだままにし、 $T_w/T, c, \Delta\theta$ の変化の対応を見易いようにしてある。 $C \sim N$ 線図でその個体の最終点に矢印 \searrow のあるのは、その点後間もなく c が 0 になったことを意味する。



第6図 試験応力区分で比較した $T_w/T, c, \Delta\theta \sim N$ 線図

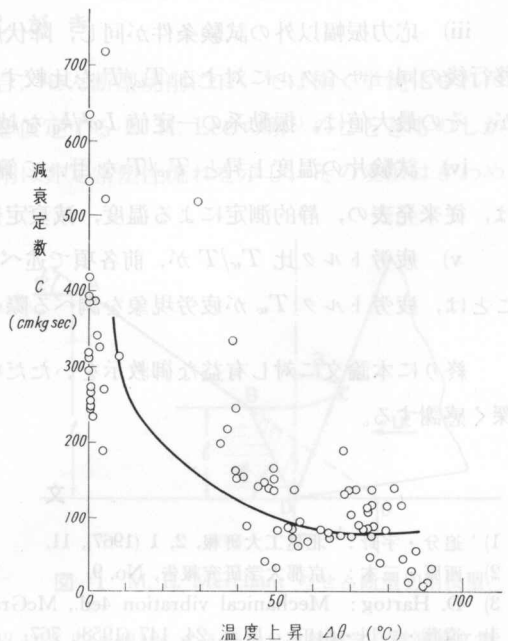
第6図は第5図の試験応力区分ごとの平均的傾向を一図にして比較したものである。第6図で



第7図 供試材の S~N 線図

耐久限度以下の $\tau=9.5 \text{ kg/mm}^2$ では $T_w/T \sim N$ 曲線はほぼ水平を続け破壊移行しない傾向を示す。耐久限度より少し小さい $\tau=18.0, 18.8 \text{ kg/mm}^2$ においては, $T_w/T \sim N$ 曲線がほとんど直線的なゆるやかな傾斜から急に上向く点の N が第7図 $S \sim N$ 曲線上の, その τ に対する N とほぼ一致するから, この屈曲点を破壊移行点と見て差支えない。なおこのような $T_w/T \sim N$ 曲線と $S \sim N$ 曲線との関連は, 前報で定義, 設定した疲労トルク T_w が疲れ現象の大切な量であることを意味する。降伏応力より少し大きい $\tau=20.7 \text{ kg/mm}^2$ では, 同じサイクルで, T_w/T が $\tau=18.0, 18.8 \text{ kg/mm}^2$ の場合より図示の程度小さいことは興味深い。耐久限度より少し上の $\tau=13.3 \text{ kg/mm}^2$ と耐久限度と降伏応力との中間辺の $\tau=16.6 \text{ kg/mm}^2$ においては, 寿命まで負荷を続けなかったが, 曲線の優向から押して, 破壊移行点は $S \sim N$ 曲線の示す $10^{5.5}, 10^{6.5}$ サイクル付近の寿命に一致する傾向が見られる。耐久限度以上のどの試験応力区分でも, T_w/T は N とともに増し, 破壊移行点に達するが, 耐久限度と降伏応力との間の試験応力区分間では, 同じサイクルの T_w/T は試験応力の高い方が, 低い方より大きく, T_w/T 曲線は交わらない。破壊移行点の T_w/T は降伏点が一番近い弾性限度内の応力振幅 $\tau=18.8 \text{ kg/mm}^2$ のそれが最大で, 約 0.55 である。この実験値は (12) によるこの系の理論値 $(T_w/T)_{\max}=0.525$ より 5% ほど大きい。この実験値は (12) によるこの系の理論値 $(T_w/T)_{\max}=0.525$ より 5% ほど大きい。この実験値は (12) によるこの系の理論値 $(T_w/T)_{\max}=0.525$ より 5% ほど大きい。

さらに疲れによる供試材の温度変化は第6図により, 試験応力区分ごとにつきの特徴を持つことがわかる。耐久限度以下の $\tau=9.5 \text{ kg/mm}^2$ の場合には温度は増加勾配をもってきわめて緩やかに上昇し, $10^5 \sim 10^6$ サイクルで $2 \sim 3^\circ\text{C}$ ほどになり, これを持続する。 $\tau=13.3 \text{ kg/mm}^2$ の場合も増加勾配で緩やかに上昇し, 寿命に達する。 $10^5 \sim 10^6$ サイクルで約 10°C である。 $\tau=16.6 \text{ kg/mm}^2$ では減少する勾配をもって温度上昇し, 約 10^5 サイクルで最大 44°C ほどに達するや, 間もなくまた緩やかに上昇して破壊を開始し, その拡大とともに緩やかに温度降下する。 $\tau=18.0 \text{ kg/mm}^2$ のときには, 減少勾配で増す温度は 4×10^4 サイクルくらいで最大に達するが, 破壊はこれと前後して始まり, その拡大とともに温度は比較的速やかに下降する。これに対する最大の温度上昇は 70°C 前後である。 $\tau=18.8 \text{ kg/mm}^2$ の場合も上と似ているが, 最大温度上昇は 90°C くらいである。降伏点をわずかに超える $\tau=20.7$

第8図 $c \sim \Delta\theta$ 線図

kg/mm² では温度上昇は 80°C くらいになり、間もなく破壊が起り、温度は急下降する。破壊移行点における x または T_w/T , k , c の関係の理論図である第 3, 4 図と実験値との照合は第 5 図の折線を追ってするよりほかはない。個体ごとの測定値が非常にばらつくのが、疲労現象の特徴であるために、照合は困かしいけれども、全体を通じて理論と実験はおおよそ合うことが観察される。

つぎに第 8 図は減衰定数～温度上昇 $c \sim \Delta\theta$ 線図で遠藤らの傾向と似ている⁴⁾。この実験では上記のように $\Delta\theta < 100^\circ\text{C}$ で疲れ破壊が起り $90 \sim 100^\circ\text{C}$ 以上の $\Delta\theta$ に対する c は求めることができなかった。なお置点が混雑することを避けるために、対象個体は各試験応力区分から無作為に 3 個ずつ選んだ。

3. 結 言

準共振式疲労試験機による振り疲労試験を減衰のある強制振り振動試験と見て、疲れ過程、とくに破壊移行点における疲労トルク比 T_w/T , ばね定数 k , 減衰定数 c の間の関係を理論と実験から調べ、つぎの結論を得た。

- i) 疲れ破壊移行点前後では、ばね定数 k , 減衰定数 c を変数として、振動の式を用いて同点付近の現象を解析した理論は実験と合致する。
- ii) 疲労トルク比 T_w/T は繰返しサイクルが増すとともに増し、 $S \sim N$ 曲線の、その試験応力振幅に対する寿命サイクルに達したときに、急増を開始し、破壊に移行する。破壊移行点においては、減衰定数は零である。
- iii) 応力振幅以外の試験条件が同じ、降伏応力以下の過大応力振幅の試験における、破壊移行後の同一サイクルに対する T_w/T を比較すると、応力振幅が大きいほど、 T_w/T は大きい。その最大値は、振動系の一定値 $I\omega^2/k_0$ を越えることはない。
- iv) 試験片の温度上昇と T_w/T を用いて算出した、その温度における減衰定数との関係は、従来発表の、静的測定による温度、減衰定数の関係と同様である。
- v) 疲労トルク比 T_w/T が、前各項で述べたように、疲労試験の諸元と密接な関係があることは、疲労トルク T_w が疲労現象を調べる際のきわめて大切な量であることを意味する。

終りに本論文に対し有益な御教示をいただいた北大工学部半沢宏教授、岸田路也助教授に深く感謝する。

文 献

- 1) 追分・宇野：北見工大研報，2, 1 (1967), 11.
- 2) 西原・三木：京都大学研究報告，No. 9.
- 3) D. Hartog：Mechanical vibration 4ed., McGraw-Hill, (1956), 47.
- 4) 遠藤・吉川・山田：機論，24, 147 (1958), 767.