

## 無限遠において引張りを受ける弓形状出張りを

### 持つ帯板の応力分布について

追分重義

(昭和 40 年 10 月 15 日受理)

## Stress Analysis of a Infinite Strip Subjected to Tension, with a Bowshaped Projection on its Finite Zone

by Shigeyoshi OIWAKE

### Abstract

Experimental analysis of stresses around reentrant corners as lying in such a plate as in the title, encounters very often difficulty of finding exact values or at least considerably reliable one, due to the principle, capacity, mechanism or externals of the measuring apparatus, or to the manufacture or preparation of the tested specimen. Theoretical one exercises its power on such a stress system with more exact solution, clearing up most of the speculative constitution of the problem, which could be expected to do some in future for the stereotyped theory.

It is studied and described in this paper, in what inference and procedure the analysis can be made theoretically about such a boundary of a plate by the method of Muskhelisvili's type, treating the problem as the complex stress boundary one. It might be why overall and concrete analysis or numerical calculation thereabout has not yet been found out in the former papers, that the stress condition there has been considered not so critical in the main, and furthermore numerical calculation by the complex infinite series, very hard to carry through.

This study has confirmed this safety and unsafety about stress numerically and is hoped to help some the analysis and application of the kind. As to the computation, it was done by both a common and an electronic computer, and the description refers to the number of the terms of the infinite series to be expanded, and the mode of the convergence of the results is plotted in relation with this number of the known coefficients, and it has come clear: the more the number, the more exact values; an electronic computer does not always detest the complex number calculation as long as the programming is adequate and the amount of data to work by or memorize, within its capability.

### 1. 緒 言

応力解析において複素境界値解が他の解よりも、より厳密解に近いという主張があるが<sup>1)</sup>、前者の成否はその応力を問題とする物体の領域を半平面、単位内などの簡単な縁線を持つ領域

に等角写像し、この写像形状について複素応力境界値問題として解き、縁応力が適切に得られるかどうかにかかっている。

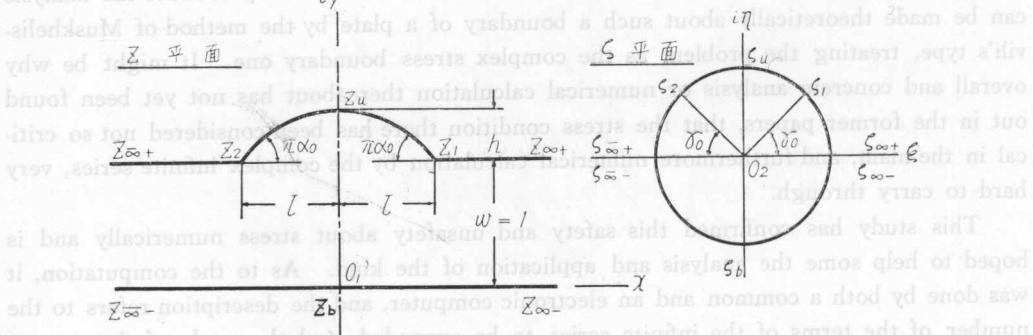
本稿は従来その形状寸法に則し、かつ数値算出までは報告されているのを見ない標題の受引帯板の出張部付近の縁応力の複素境界値解析とその数値計算の結果を示し、これに類似する帯板の応力解析の定型を与えようとしたものである。

## 2. 応 力 関 数

標題の縁線を持つ帯板の領域は第1図に示す対応性において単位円の領域に写像する理論は著者のさきになしたところであるので、前述の写像函数として同著のそれを用いる<sup>2)</sup>。すなわち写像函数  $z = \omega(\zeta)$  は  $C_1, C_2, A_{n+1}, B_n$  が帶板の形状、寸法および写像の対応条件によって定まる複素常数とすると、

$$z = \omega(\zeta) = C_1 \sum_{n=0}^{\infty} A_{n+1} \zeta^{n+1} + C_2$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{(\pi/2) \sum_{n=0}^{\infty} B_n} \\ C_2 &= \frac{-\sum_{n=0}^{\infty} A_{n+1} e^{i(n+1)(-\pi/2)}}{(\pi/2) \sum_{n=0}^{\infty} B_n} \end{aligned} \right\}$$



第1図

さて  $z$  平面の無限帶の領域  $D$  においては、その境界  $K$  における応力が与えられているので Muskhelishvili の応力境界値問題として解く<sup>3)</sup>。いまこの系の応力関係を  $\phi(z)$ 、2つの複素ポテンシャルを  $\psi(z), \chi(z)$  とおくと、

$$\phi(z) = R_e [\bar{z}\psi(z) + \chi(z)] \quad (2)$$

$$\sigma_x + \sigma_y = 4R_e [\psi'(z)] = 2 \{ \psi'(z) + \bar{\psi}'(z) \} \quad (3)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2 \left\{ \bar{z}\psi''(z) + \chi''(z) \right\} \quad (4)$$

つぎに  $\zeta = \xi + i\eta$  平面の単位円  $C$  の内部および周上の点に対し、直交曲線座標  $\zeta(\nu, \theta)$  を設け、 $|\zeta| = \rho = e^\nu$  とすると、 $\zeta = e^{\nu+i\theta}$  となるから、円  $C$  の周上の点では、 $\nu=0$  で、その内側の同心円周上の点では、 $\nu \leq 0$  となる。いま  $\nu(\zeta, \theta)$  平面の座標方向の応力成分を、 $\sigma_\nu, \sigma_\theta, \tau_{\nu\theta}$  とすると、八面体型応力の釣合条件より、

$$\sigma_\nu + \sigma_\theta = \sigma_x + \sigma_y$$

$$\sigma_\theta - \sigma_x + 2i\tau_{\nu\theta} = (\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy}) e^{2i\beta}$$

が成立つから、両式を組合わせて、

$$2(\sigma_\nu - i\tau_{\nu\theta}) = (\sigma_x + \sigma_y) - (\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy}) e^{2i\beta} \quad (5)$$

となるが、ここで用いた  $\beta$  については、第2図にこれを示し、 $z$  平面の  $dz$  が  $\zeta$  平面の  $d\zeta$  と一致するように  $z$  平面と  $\zeta$  平面とを重ねたときに  $\angle(\nu, x) = \beta$  とおいたのである。

$$\angle(\nu, x) = \angle(\xi, x) + \angle(\xi, \nu)$$

$$\therefore \beta = \arg dz - \arg d\zeta + \theta = \arg [\omega'(\zeta) \zeta]$$

$$\therefore e^{i\beta} = \omega'(\zeta) \zeta, \quad e^{-i\beta} = \overline{\omega'(\zeta)} \zeta$$

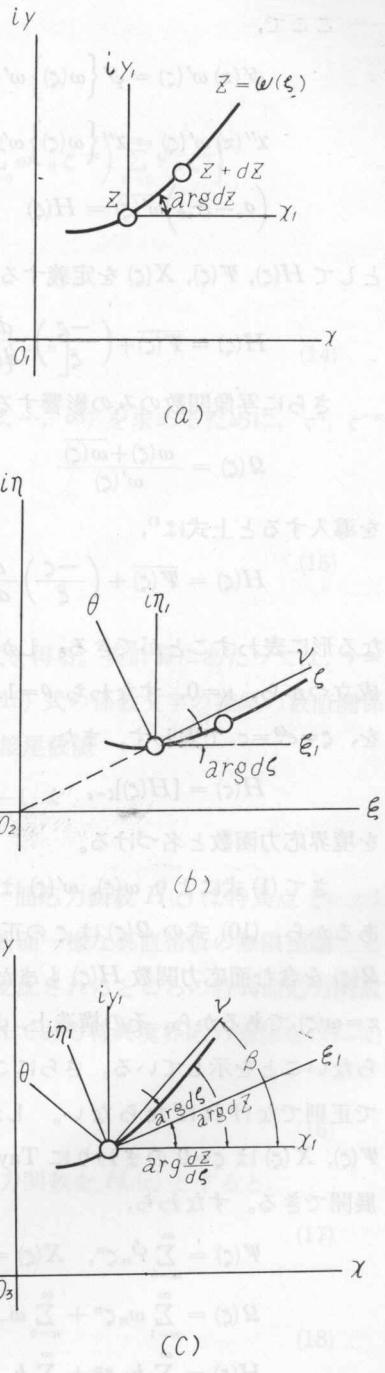
$$\therefore e^{2i\beta} = e^{i\beta} / e^{-i\beta} = \omega'(\zeta) \zeta / \overline{\omega'(\zeta)} \zeta \quad (6)$$

本問題では境界応力が境界面の法線ならびに接線方向成分について与えられているので、本問題を解くには  $\zeta(\nu, \theta)$  平面の、 $\nu = \text{const.} \leq 0$  なる同心円墻の円墻面にその外より作用する面応力成分  $\sigma_\nu, \tau_{\nu\theta}$  のみを含む(5)式を用いるのが便利である。

(3), (4), (6)式を(5)式に代入すると、

$$\begin{aligned} \sigma_\nu - i\tau_{\nu\theta} &= \left\{ \psi'(z) + \overline{\psi'(z)} \right\} \\ &\quad - \left\{ \bar{z}\psi''(z) + \chi''(z) \right\} \frac{\omega'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \frac{\zeta}{\xi} \end{aligned} \quad (7)$$

なるが、ここで  $-z\psi''(z) = \psi'(z)$  なるように複素ポテンシャル  $\psi(z)$  を選ぶと、この式はつぎのように変形される。しかして  $H_0(\zeta)$  は(11)式により、



第2図

$$\left( \sigma_\nu - i\tau_{\nu\theta} \right) \overline{\omega'(\zeta)} = \overline{\psi'(z)} \overline{\omega'(\zeta)} + \left\{ \omega(\zeta) + \overline{\omega(\zeta)} \right\} \psi''(z) \omega'(\zeta) \left( \frac{-\zeta}{\bar{\zeta}} \right)$$

$$+ \left\{ \overline{\omega'(\zeta)} + \omega'(\zeta) \left( \frac{-\zeta}{\bar{\zeta}} \right) \right\} \psi'(z) + \chi''(z) \omega'(\zeta) \left( \frac{-\zeta}{\bar{\zeta}} \right)$$

ここで、

$$\begin{cases} \psi'(z) \omega'(\zeta) = \psi' \left\{ \omega(\zeta) \right\} \omega'(\zeta) = \Psi(\zeta) \\ \chi''(z) \omega'(\zeta) = \chi'' \left\{ \omega(\zeta) \right\} \omega'(\zeta) = X(\zeta) \end{cases} \quad (8)$$

$$\left( \sigma_\nu - i\tau_{\nu\theta} \right) \overline{\omega'(\zeta)} = H(\zeta) \quad (9)$$

として  $H(\zeta)$ ,  $\Psi(\zeta)$ ,  $X(\zeta)$  を定義すると、

$$H(\zeta) = \overline{\Psi(\zeta)} + \left( \frac{-\zeta}{\bar{\zeta}} \right) \frac{d}{d\zeta} \left\{ \frac{\omega(\zeta) + \overline{\omega(\zeta)}}{\omega'(\zeta)} \Psi(\zeta) \right\} + \left( \frac{-\zeta}{\bar{\zeta}} \right) X(\zeta)$$

さらに写像関数のみの影響する関数として、

$$\Omega(\zeta) = \frac{\omega(\zeta) + \overline{\omega(\zeta)}}{\omega'(\zeta)} \quad (10)$$

を導入すると上式は<sup>4)</sup>,

$$H(\zeta) = \overline{\Psi(\zeta)} + \left( \frac{-\zeta}{\bar{\zeta}} \right) \frac{d}{d\zeta} \left\{ \Omega(\zeta) \Psi(\zeta) \right\} + \left( \frac{-\zeta}{\bar{\zeta}} \right) X(\zeta) \quad (11)$$

なる形に表わすことができる。しかして (10) 式は任意の  $\nu$ ,  $\theta$  をとる,  $\zeta = e^{\nu+i\theta} = \rho e^{i\theta}$  に対して成立つから,  $\nu=0$ , すなわち  $\rho=1$ , すなわち単位円  $C$  の周上でも成立つとし, このときの  $\zeta$  を,  $\zeta = e^{i\theta} = \zeta$  で表わす。また,

$$H(\zeta) = [H(\zeta)]_{\zeta=s} \quad (12)$$

を境界応力函数と名づける。

さて (1) 式により  $\omega(\zeta)$ ,  $\omega'(\zeta)$  はともに  $\zeta$  の正幂多項式であるが,  $\overline{\omega(\zeta)}$  は  $\zeta$  の負幂多項式であるから, (10) 式の  $\Omega(\zeta)$  は  $\zeta$  の正幂, 負幂をともに含む  $\zeta$  の多項式となる。またしたがって  $\Omega(\zeta)$  を含む面応力函数  $H(\zeta)$  もまた  $\zeta$  の正負両幂の項を持つはずである。さて (7) 式の右辺は,  $z = \omega(\zeta)$  であるから, その構造上,  $\psi'\{\omega(\zeta)\}$ ,  $\psi''\{\omega(\zeta)\}$ ,  $\chi''\{\omega(\zeta)\}$  は  $|\zeta| \leq 1$  で連続でなければならぬことを示している。さらにこの領域  $R$  は有限であるから,  $\psi\{\omega(\zeta)\}$  や  $\chi\{\omega(\zeta)\}$  は  $|\zeta| < 1$  で正則でなければならない。しかして (8) 式の関係があり,  $\zeta = \pm 1$  は特異点であるから,  $\Psi(\zeta)$ ,  $X(\zeta)$  は  $\zeta = 0$  のまわりに Taylor 展開でき, 一方  $\Omega(\zeta)$ ,  $H(\zeta)$  は  $\zeta = 0$  のまわりに Laurent 展開できる。すなわち,

$$\begin{cases} \Psi(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n \zeta^n, \quad X(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} \chi_n \zeta^n \\ \Omega(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n \zeta^n + \sum_{n=0}^{\infty} w_{-n} \zeta^{-n} \\ H(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} h_n \zeta^n + \sum_{n=0}^{\infty} h_{-n} \zeta^{-n} \end{cases} \quad (13)$$

と表わすことができ、各式の右辺の接尾のついている文字は  $\zeta^n$  または  $\zeta^{-n}$  の係数を表わす。

(13) 式の係数のうち、 $\omega_n$ ,  $\omega_{-n}$  は (1), (16) 式より定まるが、 $h_n$ ,  $h_{-n}$  は領域  $D$  の境界  $K$  に応力が与えられているので、これに対応する領域  $R$  の境界  $C$  に働く応力から求められる。

(11), (12), (13) 式より境界応力関数  $H(\zeta)$  は、<sup>5)</sup>

$$\begin{aligned} H(\zeta) &= \sum_{n=1}^{\infty} h_n \zeta^n + \sum_{n=0}^{\infty} h_{-n} \zeta^{-n} \\ &= \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n \zeta^n + \left( \frac{-\zeta}{\bar{\zeta}} \right) \frac{d}{d\zeta} \left\{ \left( \sum_{n=1}^{\infty} \omega_n \zeta^n + \sum_{n=0}^{\infty} \omega_{-n} \zeta^{-n} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n \zeta^n \right\} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{-\zeta}{\bar{\zeta}} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \chi_n \zeta^n \right]_{\zeta=s} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[ - \left\{ (n-1) \sum_{m=0}^{\infty} \omega_{n-m-1} \psi_m + \chi_{n-2} \right\} \zeta^n \right] \\ &\quad + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \left\{ \bar{\psi}_n + (n+1) \sum_{m=0}^{\infty} \omega_{n-m-1} \psi_m \right\} \zeta^{-n} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

と  $\zeta^n$ ,  $\zeta^{-n}$  について整理され、未知係数  $\psi_r$ ,  $\chi_r$  ( $r=0, 1, 2, \dots, \infty$ ) を求めるために、 $\zeta^n$ ,  $\zeta^{-n}$  の係数を式の第 2 辺と第 4 辺について等置すると、

$$\left. \begin{aligned} h_n &= -(n-1) \sum_{m=0}^{\infty} \omega_{n-m-1} \psi_m - \chi_{n-2} \\ h_{-n} &= \bar{\psi}_n + (n+1) \sum_{m=0}^{\infty} \omega_{n-m-1} \psi_m \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

なる関係が導かれ  $\psi_r$ ,  $\chi_r$  に関する未定係数法の基礎方程式を得る。実計算にあたっては、 $r=0, 1, 2, \dots, k$  とし、希望する計算精度に応じて  $k$  を定め (15) 式の係数文字の接尾の数値関係を満足するようにして、この  $k$  に相応する既知係数  $\omega_r$  の接尾数値

$$r' = -k', -(k'-1), \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, k''-1, k''$$

の  $k'$ ,  $k''$  を定めなければならない。

つぎに、さきに  $h_n$ ,  $h_{-n}$  の求め方について触れたが、面応力函数  $H(\zeta)$  は特異点  $\zeta=\pm 1$  においては、有限に存在する出張りの影響を受けないで、断面一様な真直帯板の無限遠端として挙動を示すので、この無限遠端の応力状態がそれのみに支配されるところの特異面応力関数を  $H_{\infty}(\zeta)$  とし、 $\zeta=\zeta$  すなわち単位円の円周についてのそれである特異境界応力関係を  $H_{\infty}(\zeta)$  とすると、(12) 式と同じように、

$$H_{\infty}(\zeta) = [H_{\infty}(\zeta)]_{\zeta=s} \quad (16)$$

で、いま単位円の  $\zeta = \pm 1$  を含まない境界に対する境界応力関数を  $H_c(\zeta)$  とすると、

$$H(\zeta) = H_c(\zeta) + H_{\infty}(\zeta) \quad (17)$$

で、この場合は、 $H_c(\zeta) = 0$  であるので、

$$H(\zeta) = H_{\infty}(\zeta) \quad (18)$$

となる。しかして  $H_{\infty}(\zeta)$  は (11) 式により、 $z=\pm\infty$  における各関数の挙動により定まるから

(18) 式により,  $H(\zeta)$  の形がわかり, 結局  $h_n, h_{-n}$  が求まるはずである。

### 3. 無限遠における関数の挙動

まず, 無限遠点  $z=\infty$  に対する写像関数  $z=z(\zeta)$  は Schwarz-Christoffel の定理を用いると,

$$\{\log z'(\zeta)\}' = -\frac{1}{\zeta-1}$$

を満足しなければならない。両辺を積分するに,  $\log(-C_\infty)$  をこのときの積分常数とすると,

$$\log z'(\zeta) = -\log(\zeta-1) + \log(-C_\infty)$$

$$\therefore z'(\zeta) = \frac{C_\infty}{1-\zeta}$$

となり, 常数  $C_\infty$  は領域  $D$  の境界  $K$  の  $z=\infty$  における形状, 尺法に左右される。すなわち  $z=\infty$  においては, 第1図によって,

$$i = z_{\infty+} - z_{\infty-} = \int_{z_{\infty-}}^{z_{\infty+}} dz = \int_{\zeta_{\infty-}}^{\zeta_{\infty+}} \frac{C_\infty}{1-\zeta} d\zeta$$

であるが,  $\zeta=\zeta_\infty=1$  は  $z(\zeta)$  の極であるから, 第3図に示すように  $1-\zeta=re^{i\theta}$  とおいて, 積分回路を  $\Gamma$  とすると,

$$= \lim_{r \rightarrow 0} C_\infty \int_{\pi/2}^{\pi/2} \frac{-ire^{i\theta}}{re^{i\theta}} d\theta = i\pi C_\infty$$

ゆえに  $C_\infty = 1/\pi$  となり,

$$[z']_\infty = [\omega'(\zeta)]_\infty = \frac{1}{\pi(1-\zeta)} \quad (19)$$

同様にして,

$$[z']_{\bar{\infty}} = [\omega'(\zeta)]_{\bar{\infty}} = \frac{1}{\pi(1+\zeta)} \quad (20)$$

つぎに  $z=\pm\infty$  に対する写像方程式は,

$$\begin{aligned} \{\log z'(\zeta)\}' &= -\sum \frac{\alpha_v}{\zeta-\zeta_v} = -\left(\frac{1}{\zeta-1} + \frac{1}{\zeta+1}\right) \\ \therefore \log z'(\zeta) &= \left\{-\log(\zeta-1) + \log(-C_\infty)\right\} + \left\{-\log(1+\zeta) + \log C_\infty\right\} \end{aligned}$$

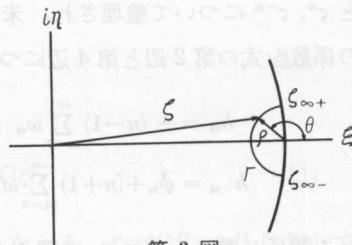
ここで  $C_\infty = C_{\bar{\infty}} = 1/\pi$  であるから,

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{1/\pi^2}{(1-\zeta)(1+\zeta)} = [\omega'(\zeta)]_{\pm\infty}$$

$(1/2\pi^2) \log K$  を積分常数として積分すると,

$$[z]_{\pm\infty} = [\omega(\zeta)]_{\pm\infty} = \frac{1}{2\pi^2} \log K \cdot \frac{1+\zeta}{1-\zeta}$$

ここで  $z=0$  と  $\zeta=-i$  とが対応するから  $K=i$  となり結局



第3図

$$[z]_{\pm\infty} = [\omega(\zeta)]_{\pm\infty} = \frac{1}{2\pi^2} \log i \frac{1+\zeta}{1-\zeta} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \therefore [\varphi(\zeta)]_{\pm\infty} &= \frac{[\omega(\zeta)]_{\pm\infty} + \overline{[\omega(\zeta)]_{\pm\infty}}}{[\omega'(\zeta)]_{\pm\infty}} = \frac{(1/2\pi^2) \log i \frac{1+\zeta}{1-\zeta} + (1/2\pi^2) \log i \frac{1+\zeta}{1-\zeta}}{(1/\pi^2)/(1-\zeta)} \\ &= \frac{1-\zeta^2}{2} \left\{ \log i \frac{1+\zeta}{1-\zeta} + \overline{\log i \frac{1+\zeta}{1-\zeta}} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

つぎに  $z=\infty$  において存在する応力は  $x$  方向の引張応力のみであるから、いまこの応力を単位におくと、

$$\sigma_{x,\infty} = 1, \quad \sigma_{y,\infty} = 0, \quad \tau_{xy,\infty} = 0$$

いま函数  $F(z)$  が  $z=\infty$  のとき、 $n$  次の  $\infty$  なることを  $F(\infty^n, z)$  で表わすとすると、 $z=\infty$  においては、(2) 式の各項の次数を比較して、関数  $z, \psi(z), \chi(z)$  はそれぞれ  $z(\infty^1, z), \psi(\infty^n, z), \chi(\infty^{n+1}, z)$  である。ゆえに (3), (4) 式により、

$$\begin{aligned} 4R_e \psi'(\infty^{n-1}, z) &= 1 \\ 2[\bar{z}(\infty^1, z) \psi'(\infty^{n-1}, z)/\infty^1 + \chi''(\infty^{n-1}, z)] &= -1 \\ \therefore [\psi'(z)]_\infty &= 1/4, \quad [\chi''(z)]_\infty = -3/4 \end{aligned} \quad (23)$$

ゆえに (19), (23) 式より、

$$\begin{aligned} [\psi(\zeta)]_\infty &= \frac{1/4\pi}{1-\zeta} \\ [X(\zeta)]_\infty &= \frac{-3/4\pi}{1-\zeta} \end{aligned}$$

$z=-\infty$  に対しては、上と同様に求められて、

$$\begin{aligned} [\psi(\zeta)]_\infty &= \frac{1/4\pi}{1+\zeta} \\ [X(\zeta)]_\infty &= \frac{-3/4\pi}{1+\zeta} \end{aligned}$$

結局無限遠  $z=\pm\infty$  に対する面応力複素ポテンシャルは、それぞれの和として、

$$\begin{cases} [\psi(\zeta)]_{\pm\infty} = \frac{1/2\pi}{1-\zeta^2} \\ [X(\zeta)]_{\pm\infty} = \frac{-3/2\pi}{1-\zeta^2} \end{cases} \quad (24)$$

(22), (24), (16), (18) 式より、

$$H(\zeta) = \frac{1}{2\pi} \left( \cdots + \zeta^{-6} + \zeta^{-4} + \zeta^{-2} + 1 + \zeta^2 + \zeta^4 + \zeta^6 + \cdots \right) \quad (25)$$

(14), (25) 式を比較すると、

$$\begin{cases} \cdots = h_{-3} = h_{-1} = h_1 = h_3 = \cdots = 0 \\ \cdots = h_{-4} = h_{-2} = h_0 = h_4 = \cdots = 1/2\pi \end{cases} \quad (26)$$

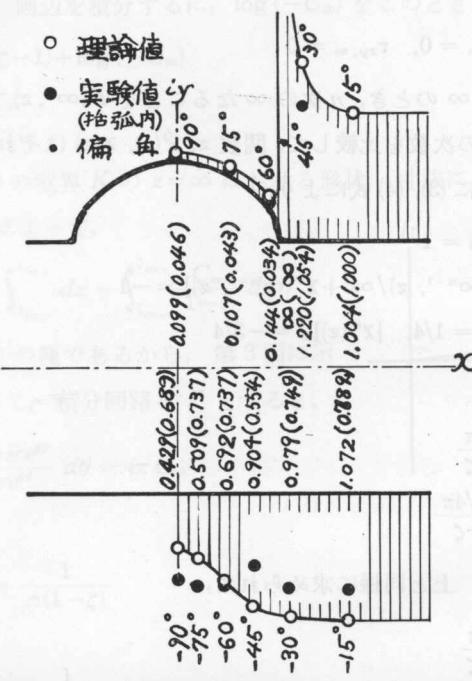
これらの  $h_r$  と基礎方程式式(15)とを用いて  $\psi_r$ ,  $\chi_r$  に関する多元1次連立方程式を立て、これを解けば、 $\Psi(\zeta)$ ,  $X(\zeta)$  の形が定まる。

#### 4. 応力分布と数値計算

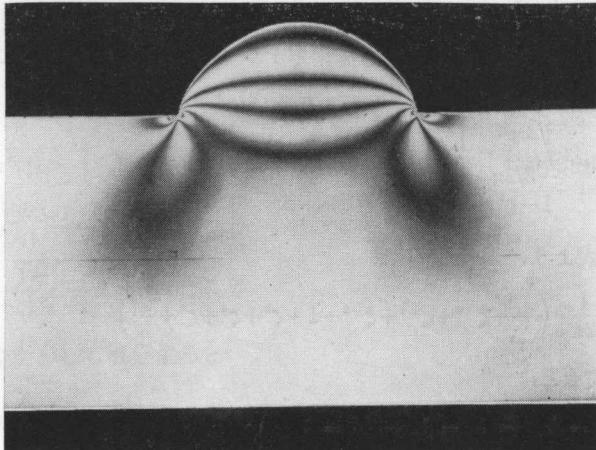
単位円  $C$  の縁における唯一の応力成分たる  $\sigma_\theta$  は(3), (8)式により、

$$\sigma_\theta = \sigma_x + \sigma_y = 4R_e [\psi'(z)]$$

$$= 4R_e \left[ \frac{\Psi(\zeta) + [\Psi(\zeta)]_{\pm\infty}}{[\omega'(\zeta)]_{\pm\infty}} \right] \quad (27)$$



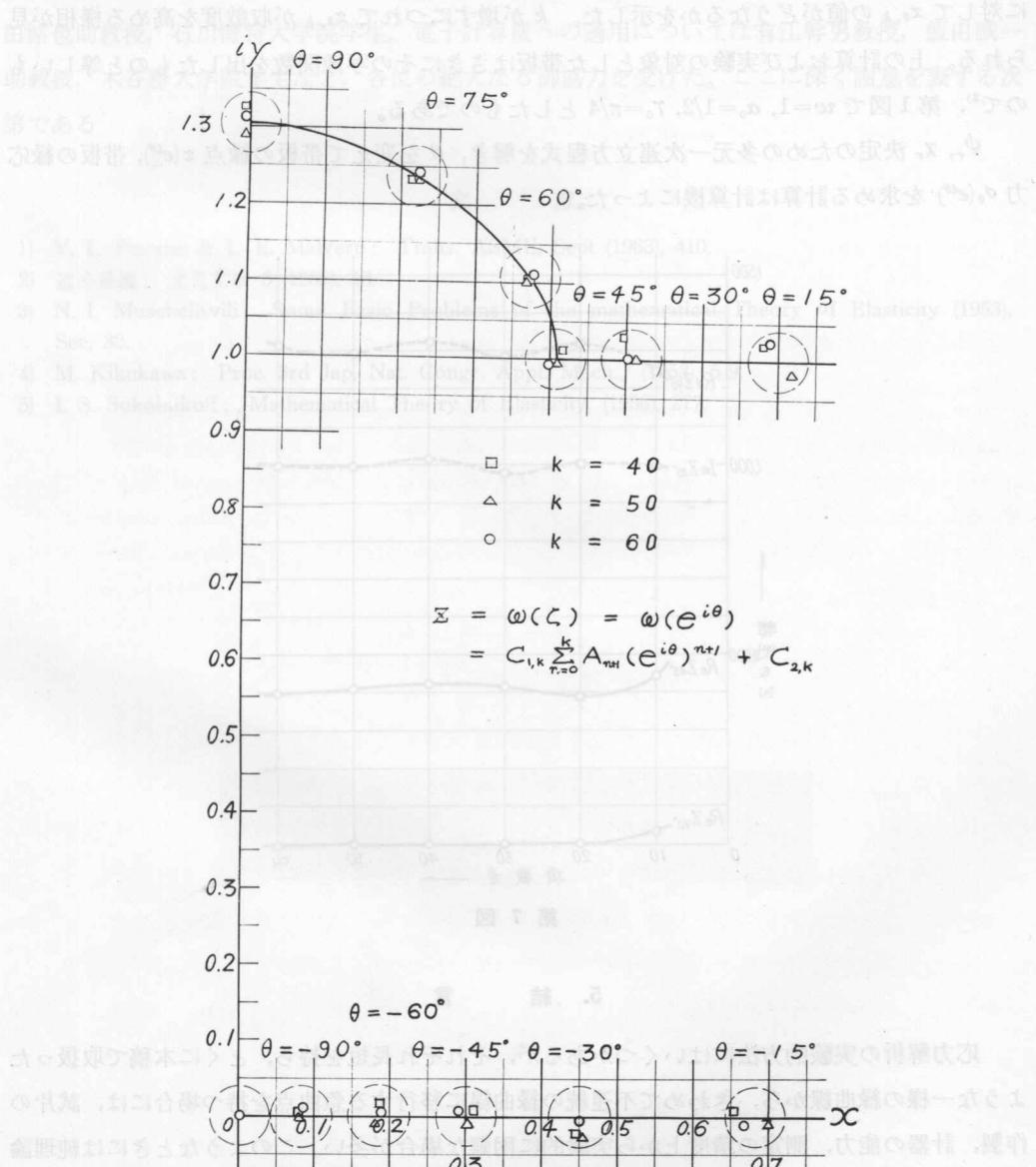
第4図



第5図

(1), (27) 式によつて  $\zeta = \zeta = e^{i\theta}$  したがつて  $z = \omega(\zeta) = \omega(e^{i\theta})$  なる帯板の縁点に対する縁応力が判明する。第4図は本論文による計算値と、これと比較するために、光弾性装置による実験値とを置点したものであり、第5図は等色線を示す光弾性写真であるが、理論値と実験値との差は有限項打切りの現実、電動計算機による計算の精度、きわめて小さい小数の綴次数の読み取精度などに起因するものと思われる。

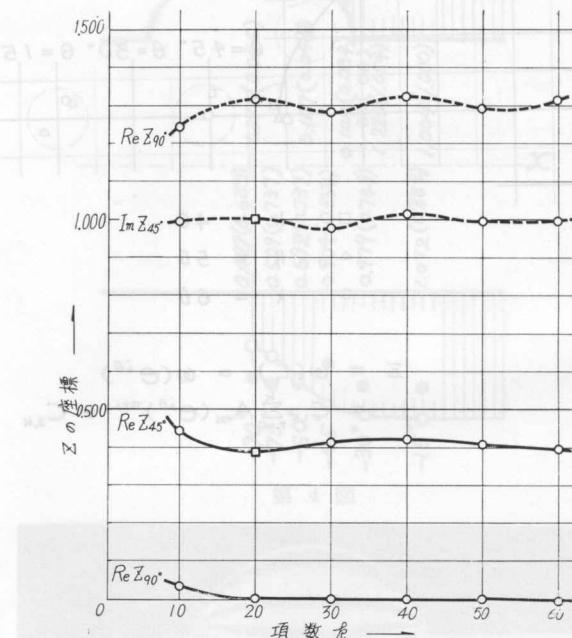
○ 写像関数  $z = \omega(\zeta)$  の  $\zeta^n$  の係数が  $n = k$  までしかわかっていないとすると、(10) 式により



第 6 図

$\varphi(\zeta)$  も、その構成上、精度上、この  $k$  の値によってその展開項数が制約される。いいかえれば  $\omega_l$  の  $l$  は 0 をはさんだ連続整数の範囲におさえられるうえ、 $\psi_r, \chi_r$  は基礎方程式 (15) を満足しなければならないという制約もあって、 $k=60$  程度では  $r$  はせいぜい 20 度までが限度である。第 4 図は  $k=60, r=20$  までとしたときの線図である。すなわち領域の写像函数の収斂度が帯板の縁点と応力の精度に影響するので、第 6 図には  $\omega(\zeta)$  の展開項数別の帯板の縁点の計算値を置点し、第 7 図では、験算点に当る  $\theta=\pi/4, \pi/2$  の場合に、 $k=10, 20, \dots, 60$  のおのおのに対して  $z_{\theta, k}$  の値がどうなるかを示した。 $k$  が増すにつれて  $z_{\theta, k}$  が収斂度を高める様相が見られる。上の計算および実験の対象とした帯板はさきにその写像函数を出したものと等しいもので<sup>2)</sup>、第 1 図で  $w=1, \alpha_0=1/2, r_0=\pi/4$  としたものである。

$\psi_r, \chi_r$  決定のための多元一次連立方程式を解き、 $\theta$  を変えて帯板の縁点  $z(e^{i\theta})$ 、帯板の縁応力  $\sigma_\theta(e^{i\theta})$  を求める計算は計算機によった。



第 7 図

## 5. 結 言

応力解析の実験的方法にはいくつかあるが、それぞれ長短を持ち、とくに本稿で取扱ったような一様の縁曲線から、きわめて不連続の縁曲線に移行する急曲点を持つ場合には、試片の作製、計器の能力、測定の精度上から実験的に困難な場合が多い。このようなときには純理論的な応力解析がその威力を発揮するのであって、理論過程を適確にし、計算精度のために電子計算機等の能力を充分発揮させるような計算方法をとれば、上述の実験的方法の持つ困難点は

回避できるし、また理論構成上理論計算は重視させなければならない。

本論により、類型の帯板の応力解析の目安を得られたと同時に、その応力系が一般に強度上の不利が少ないと思われるためか、または図形の写像の困難性のためにか、実際に総体を応力解析したのを見ない首題の帯板を取り、比較的安全と思われている形状における応力分布を確認し、あわせて複素計算を電子計算機に遂行させる実例となった。

この研究にあたっては、北大工学部半沢宏教授の不斷の御指導、光弾性実験については岸田路也助教授、石川博将大学院学生、電子計算機への適用については有江幹男教授、飯田誠一助教授、木谷勝大学院学生など、各位の絶大なる御協力を受けた。ここに深く謝意を表する次第である

### 文 献 Yutaka Ōno

- 1) V. L. Piscane & L. E. Malvern: Trans. ASME, Sept (1963), 410.
  - 2) 追分重義: 北見工研 3 (1965), 15.
  - 3) N. I. Muschelisvili: Some Basic Problems of the mathematical Theory of Elasticity (1953), Sec. 32.
  - 4) M. Kikukawa: Proc. 3rd Jap. Nat. Congr. Appl. Mech., (1953), 5/9.
  - 5) I. S. Sokolnikoff: Mathematical Theory of Elasticity, (1956), 277.
- of the volatile-residence-time on the pressure carbonization of coal had been  
to its length, in respect of  
the product on the pressure carbonization of coal. When the volatile-residence-  
times longer, the produced tar may occur the secondary reaction such as thermal  
and condensation. But the volatile-residence-times had little influence on the  
contents of carbon-monoxyde, hydrogen and olefins from carbon with  
pressure.

### 1. 緒 言

著者は、高圧下における石炭の熱分解機構を検討するため、小型のオートクレーブを用いて、常圧下で熱分解を行ない、その結果として加圧下の石炭熱分解において生成する揮発性物質の量と揮発性物質の第一世代が、常圧の熱分解に比較してどのように変化するかについて報告した。<sup>1)</sup> また、著者加圧下で石炭を熱分解すると、圧力の高い場所ほど分子量の上昇が著しくなることを認めた。<sup>2)</sup> 第二世代の収率が減少することを認めた。一定圧度の下で、加熱時間の経過とともに、熱分解による低分子物質の生成は一概に抑制されるものと結論された。また、圧力が高い場合には、石炭粒子内部で生成した揮発性物質の表面蒸散による揮発性物質の逃げ出し抵抗が大きくなつて、これら揮発性物質が石炭質と接触する時間が長くなる。したがって、著者では成物と残渣ニーグスとの接触反応は、常圧の場合より促進されるであろう。これらの原因によって、乾留の際の圧力が高くなると、熱分解生成物の収率や性状が常圧の場合に比較して変化するのは当然考えられるこことである<sup>3)</sup>。しかし、さきの収率の結果では、生成したタ