バイオメディカル・ファジィ・システム学会誌　Vol.25，No.1，pp.33－44（2023）

[Original article]

（2023 年 1 月 17 日　Accepted）

教育目的のすごろくとその拡張ゲームの数理に関する一考察

前田　康成 [1]

1）北見工業大学・地域未来デザイン工学科

要約：すごろくは伝統的なゲームである．すごろくに確定的なイベントや利得を追加したゲーム，行動選択や確率的な利得を追加したゲームなど，さまざまなタイプのすごろくの拡張ゲームがある．すごろくやその拡張ゲームはさまざまな教育分野で利用されている．教育目的に基づいて効果的なゲームを作成するには，振り出しからゴールまでにサイコロを振る回数の期待値や，行動選択を伴う拡張ゲームにおける期待総利得の最大値などに関する数理工学に基づく検討が必要である．しかし，数理工学に基づく検討，特に期待総利得に関する検討はほとんど行われていない．そこで，本研究では，拡張ゲームにおける期待総利得の計算方法を検討し，提案方法の有効性を計算例で示す．従来研究ではゲームのプレイ後でないと利得設定の妥当性は確認できない．しかし，提案方法では事前に確認できる．本研究は基礎研究であり，今後の拡張研究が必要である．
キーワード：すごろく，拡張ゲーム，教育目的，数理工学，期待総利得の最大値

A Note on Mathematics of Sugoroku and its Extended Games with Educational objectives

Yasunari MAEDA [1]

1) School of Regional Innovation and Social Design Engineering, Kitami Institute of Technology

Abstract: *Sugoroku is a traditional game. There are various types of extended games of sugoroku, including extended games with deterministic events and rewards, and extended games with action selection and probabilistic rewards. Sugoroku and its extended games are used in various educational fields. In order to create effective games based on educational objectives, studies based on mathematical engineering such as the expected number of dice rolls from the start to the goal and the maximum expected total rewards in extended games with action selection are necessary. But there are only a few studies based on mathematical engineering, especially on expected total rewards. In this study, computation methods for the expected total rewards in some extended games are studied. The effectiveness of the proposed methods is shown by some computation examples. In previous research, the validity of the reward setting cannot be confirmed until after the game is played. However, it can be confirmed in advance with the proposed method. This research is a basic research, and future extended research is required.*
Keywords: *sugoroku, extended game, educational objective, mathematical engineering, maximum expected total rewards*

Yasunari MAEDA
165 Koen-cho, Kitami-shi, Hokkaido, 090-8507, Japan
Phone: +81-157-26-9328, Fax: +81-157-26-9344, E-mail: maedaya@mail.kitami-it.ac.jp

1. はじめに

本研究では，ゲームの一種であるすごろくを対象とする．読み方が同じゲームの「すごろく」として，雙六と双六がある[1]-[3]．前者（雙六）は盤雙六，双六盤，世界的にはバックギャモンとも呼ばれるゲームで，現在最も普及している遊び方では2人で遊び，各自のコマ（駒）15個をどちらが先に全てゴールさせるかを競う．後者（双六）は，絵双六，ガチョウのゲーム（主に欧米）とも呼ばれるゲームで，最初（スタート）の振り出しのマス目から最後（ゴール）のあがりのマス目までが連なったコースの絵があり，遊び手各自がサイコロを振って出た目だけ各自の駒を進め，先にあがりのマス目に到着した人が勝ちである．本研究で対象とするのは後者のすごろく（双六）（図1）である．

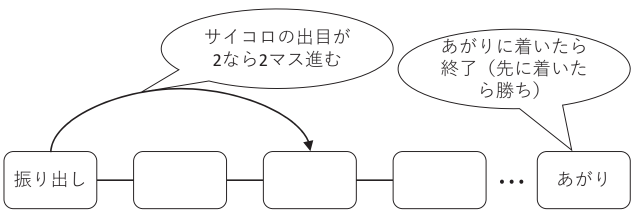

図1　すごろくのイメージ

単純なすごろくに対して，何らかのゲーム要素を追加したゲームを本研究では拡張ゲームと呼ぶ．例えば，止まったマス目に書かれている利得（何らかの点数やお金等の総称として，本研究では利得と呼ぶ）を獲得して総利得（獲得した利得の総和）を競う拡張ゲームや，止まったマス目での意思決定（行動選択）に応じて確率的に発生する利得を獲得して総利得を競う拡張ゲーム等，さまざまな拡張ゲームがある．拡張ゲームも含めて，すごろくと呼ばれることも多い．市販の拡張ゲームの中には，サイコロの代わりにルーレットを使うものや，絵のコース中にあがりのマス目がないもの（終了条件があがり以外）もある[4]-[6]．

すごろくやその拡張ゲームでは，マス目に書かれるコメント文等の工夫によって，さまざまな教育効果が期待できる．例えば，人生／住環境／サケの生態／里山林の管理／消費者問題等を題材にしたすごろくや拡張ゲームを用いた生活設計教育／環境教育／消費者教育等が検討されている[7]-[12]．数の概念や各種知識（動物，恐竜，地図等）に関する，市販の幼児向け教材のすごろくや拡張ゲームもある[13][14]．1800年代の仏教道徳，明治期の良妻賢母教育や英語教育等，教育効果を目的としたすごろくの歴史は古い[2][3]．

学習者が教材（すごろく）で学習する従来研究[9]-[12]では，マス目の数や利得等の設定は教材作成者の経験則に委ねられている．各種設定が適切でない場合には，十分な教育効果は期待できない．例えば，マス目の数が多すぎると，限られた授業時間内に学習できない．限られた時間内での学習のためには，サイコロを振る回数等を考慮してマス目の数を決める必要がある．

また，意思決定の選択肢に応じて発生する利得の設定が適切でなければ，当該設定での最適な選択肢が学習対象分野における（作成者が意図する）最適な選択肢と一致しない可能性がある．ゲーム設定上の最適解が学習対象分野における最適解と一致しない場合，当該教材での学習効果は期待できない．

例えば，人生に関する拡張ゲーム中の職業選択において，アルバイトの収入が正社員より高い設定は，実際とは異なる．この場合，当該ゲームでの最適解と実際の社会での最適解は異なる可能性がある．教材作成者が学習対象分野の知識／実データに基づいて利得を設定すれば，このような単純な設定ミスの可能性は少ない．しかし，設定作業自体が難しい学習対象分野も想定される．従来研究[12]では，意思決定を伴わない，各マス目で確定的／確率的な利得を得る拡張ゲームを扱っている．学習者の学習（プレイ）後に総利得の平均値等を算出し，利得等の設定の妥当性を事後に検証している．

各種設定に対して，すごろくや拡張ゲームに関する数理工学に基づく検討が有効と考える．例えば，ゴールまでのサイコロを振る回数の期待値がわかれば，サイコロを振って駒を動かす想定時間と合わせて適切なマス目の数を検討できる．また，意思決定を伴わない拡張ゲームの総利得の期待値や，意思決定を伴う拡張ゲームの最適な意思決定とその総利得の期待値（総利得の期待値の最大値）がわかれば，従来研究[12]のように学習者の学習後ではなく，事前の教材作成段階で各種設定の妥当性を確認できる．

しかし，すごろくやその拡張ゲームに関する数理工学的な従来研究は限られている．単純なすごろくや，利得発生以外の拡張（コースの分岐，休止，遊び手のキャラクタ属性ごとに異なるイベント生起（コメント文）等の拡張）を伴う，ゴールする順位を競う拡張ゲームに関しては，ゴールまでにサイコロを振る回数の期待値，ゴールまでの所要時間，各遊び手が勝つ確率等が検討されている[15]-[17]．他方，利得が発生する意思決定を伴わない拡張ゲームにおける総利得の期待値や，意思決定を伴う拡張ゲームにおける最適な意思決定等に関する検討

はほとんどない.

そこで，本研究ではすごろくやその拡張ゲームのうち，特に利得が発生する拡張ゲームに関して数理工学に基づいて検討する．2章では，単純なすごろくでのサイコロを振る回数の期待値について説明する．この内容は従来研究[15]-[17]から自明であるが，3章以降の本研究の検討内容の基本になる部分なので，2章として説明する．3章で意思決定を伴わない（各マス目での）確定的なイベント生起（利得獲得）の拡張ゲームでの総利得の期待値，4章で簡易な意思決定を伴う拡張ゲームでの最適解（最適な行動選択）とその総利得の期待値（期待総利得の最大値），5章で難しい意思決定を伴う拡張ゲームでの最適解とその手持ち資金の期待値（最終的な手持ち資金の期待値の最大値）の計算方法を提案する.

なお，上記4章の「簡易な意思決定」は各回の意思決定は他の回には影響せず，各回で独立に行動選択可能な拡張ゲームである．5章の「難しい意思決定」は意思決定に際してコストが発生し，手持ち資金内でしか行動選択できないような，先読み（当該回以降の考慮）が必要な拡張ゲームである．後者の拡張ゲームでは，早期に高コストの行動を選択すると，後半に希望の行動を資金不足で選択できないことがある．4章では総利得の期待値の最大化を対象とするが，手持ち資金とコストを導入する5章では最終的な手持ち資金（初期の手持ち資金に毎期の利得とコストの差分を足し合わせたもの）の期待値の最大化を対象とする.

上記の単純なすごろく（2章）と3種の拡張ゲーム（3章，4章，5章）の分類は，従来研究等を参考にした，著者の独自の分類である．実際には，単に止まるだけのマス目，確定的なイベントが生起するマス目，何らかの意思決定を伴うマス目等，性質の異なるマス目が混在する拡張ゲームが多い．本研究では，簡便のため性質の異なるマス目の混在は考慮せず，上記の分類で検討を進める.

従来研究[9]-[12]のように，教育目的でゲームを作成する場合には，学習対象分野の知識に基づいてマス目のコメント文を記述したり，利得を設定する必要がある．本研究はコメント文の記述，各種設定に関する方法論を提供するものではない．本研究は，上記のような意思決定を伴わない拡張ゲームの期待総利得や，意思決定を伴う拡張ゲームの期待総利得の最大値や最適な意思決定等の計算方法の提供によって，ゲーム作成支援への寄与を目指した基礎研究である.

2.　サイコロを振る回数の期待値

本章では，単純なすごろくのゴールまでのサイコロを振る回数の期待値を考える．従来研究[10]では，単純なすごろくのマス目に教育的なコメント文を追加している．本章の内容は従来研究[15]-[17]から自明だが，3章以降の本研究の検討の基本になる内容である.

2.1　準備

本節では記号やルールを紹介する．本節の内容の多くは他の章とも共通である．他の章では，本章と異なる部分や追加部分について随時説明する.

$S=\{s_1,s_2,\ldots,s_n\}$はすごろくのマス目の集合，nはマス目の数，s_iはi番目のマス目，s_1はスタート（振り出し），s_nはあがり（ゴール）である．s_1でサイコロを振り始めた後，サイコロの出目の分だけ進むことをゴールs_n到達まで繰返す.

一般的にすごろくのゴール到達の判定方法は，2つのルールに大きく分かれる．1つ目は出目の数でちょうどゴールのマス目まで進む場合のみゴールとみなす．このルールは，出目がゴールのマス目までの数より大きい場合は動けない，超過分だけゴールのマス目から戻る等のルールにさらに細分化される．2つ目は出目の超過分も含めてゴール到達とみなす．本研究では後者（図2）のルールを採用する．また，一般的に振り出しのマス目からあがりのマス目までをつなぐコースに分岐が含まれたり，ループを含む場合などもある．本研究では簡便のため分岐やループは含まない場合を対象とする．なお，出目がちょうどの場合のみゴールとみなし，超過分は戻る場合については従来研究[15]-[17]で検討されている.

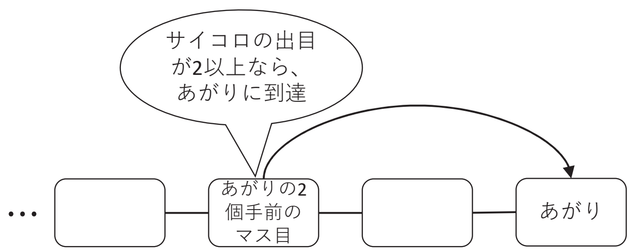

図2　すごろくのゴール到達

$X_t\in\{1,2,\ldots,n\}$をt期目の遊び手の位置であるマス目の添え字番号を示す変数とする．換言すると，t回目のサイコロを振る前の位置を示す．$D_t\in\{1,2,\ldots,6\}$をt回目のサイコロを振った結果の出目を示す変数とすると，$(t+1)$期目の位置X_{t+1}は式(1)で計算できる.

$$X_{t+1} = I(X_t, D_t) = \begin{cases} X_t + D_t, & X_t + D_t \leq n; \\ n, & X_t + D_t > n. \end{cases} \quad (1)$$

ただし，$I(X_t, D_t)$は現在の位置X_tと出目D_tから遷移先を計算する関数である．基本的にはt期目の位置と出目の合計になるが，合計がゴールを超過する場合には，合計ではなくゴールnになる．

2.2　サイコロを振る回数の期待値の計算

振り出しからゴール到達までにサイコロを振る回数の期待値の計算方法を示す．なお，本研究ではサイコロの出目の確率は等確率（$1/6$）で既知と仮定するが，不公正な（等確率ではない）サイコロで確率が既知の場合への拡張は容易である．$s_{X_t} = s_i$として，$v_d(s_i)$をマス目s_iからゴール到達までにサイコロを振る回数の期待値とする．$v_d(s_i)$は式(2)で計算できる．

$$v_d(s_i) = \begin{cases} 1 + \sum_{j=1}^{6} \frac{1}{6} v_d\left(s_{I(i,j)}\right), & i < n; \\ 0, & i \geq n. \end{cases} \quad (2)$$

式(2)では，マス目s_i（現在の位置）よりもよりゴールに近い位置からゴール到達までの回数の期待値を再帰的に利用して，マス目s_iからゴール到達までにサイコロを振る回数の期待値を計算する．

2.3　サイコロを振る回数の期待値の計算例

マス目の数が$n = 10$の場合（振り出しs_1，あがりs_{10}）の各マス目（s_1からs_9）からゴール（あがりs_{10}）までにサイコロを振る回数の期待値$v_d(s_i)$を表1に示す．各値は小数点以下第4位を四捨五入した．振り出しからゴールまでにサイコロを振る回数の期待値$v_d\left(s_1\right)$は3.043である．

表1.　各マス目からゴールまでにサイコロを振る回数の期待値（$n = 10$）

マス目	$v_d(s_i)$	マス目	$v_d(s_i)$	マス目	$v_d(s_i)$
s_1	3.043	s_4	2.161	s_7	1.361
s_2	2.775	s_5	1.853	s_8	1.167
s_3	2.522	s_6	1.588	s_9	1.000

授業用のすごろく作成時に，サイコロを振る回数の期待値を所要時間の見積に利用できる．ただし，実際に所要時間を見積もる際には，学習者全員の終了が必須かどうかなどの方針を考慮する必要がある．

次章以降の拡張ゲームにおける，マス目を進めるためにサイコロを振る回数の期待値も本章と同様である．

3.　意思決定を伴わない確定的なイベント生起の拡張ゲーム

3.1　意思決定を伴わない確定的なイベント生起の拡張ゲームの概要

本章では，単純なすごろく同様にサイコロの出目に従って次のマス目に進んだもとで，何らかのイベントが確定的に生起して当該イベントに応じた利得が得られる，すごろくの拡張ゲームを考える．従来研究[11][12]の教材すごろくは，一部で確率的なイベント生起を含むなど多少異なる部分もあるが，基本的には本章の拡張ゲーム相当である．

イベント（含利得）の生起以外は2章の単純なすごろくと同様とする．サイコロを振って次のマス目s_iに進んだ際に，遷移先のマス目s_iに書かれた利得$r(s_i)$を得る．教材利用の場合には，教育目的に従ってコメント文（イベント内容）と利得を各マス目に設定する．利得$r(s_i)$は振り出しs_1とあがりs_n以外のマス目に存在し，単に当該マス目を通過した（飛び越した）場合は利得は得られず，当該マス目に遷移した場合のみ利得を得る．

本章の拡張ゲームは，意思決定は伴わないため，単純なすごろくと同様にサイコロの出目任せ（運任せ）である．類似の拡張ゲームには，あるマス目でアイテムを入手し，その先の別のマス目で当該アイテムの有無によって異なるイベントが生起するゲームもある．このような，複数のマス目で連動するイベント生起も，本章のモデルに対する軽微な拡張で対応可能である．

3.2　意思決定を伴わない確定的なイベント生起の拡張ゲームの期待総利得

$s_{X_t} = s_i$として，マス目s_iからあがりs_nにゴールするまでに得る期待総利得（利得の総和の期待値）を$v_r(s_i)$とすると，式(3)で計算できる．

$$v_r(s_i) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{6} \frac{1}{6}\left(r\left(s_{I(i,j)}\right) + v_r\left(s_{I(i,j)}\right)\right), & i < n-1; \\ 0, & i \geq n-1. \end{cases} \quad (3)$$

本章では遷移先がs_2からs_{n-1}の場合のみ利得を得るので，$i \geq n-1$では$v_r(s_i) = 0$である．

2章のサイコロを振る回数の期待値$v_d(s_i)$を計算する式(2)と本章の期待総利得$v_r(s_i)$を計算する式(3)を比較すると，式(2)ではサイコロを振る回数のカウントのた

めに1を加算するのに対して，式(3)では利得を合計するために利得$r\left(s_{I(i,j)}\right)$を加算する．2章の式(2)と本章の式(3)の基本的な考え方は同様である．

3.3　意思決定を伴わない確定的なイベント生起の拡張ゲームの期待総利得の計算例

マス目の数が$n = 10$（振り出しs_1，あがりs_{10}）で，遷移先がs_2からs_9の場合に得る利得$r(s_i)$が表2の場合の計算例（その1）と，利得$r(s_i)$が表3の場合の計算例（その2）を紹介する．

表2.　遷移先がs_2からs_9の場合の利得$r(s_i)$（その1）

	s_2	s_3	s_4	s_5
$r(s_i)$	20	30	40	50
	s_6	s_7	s_8	s_9
$r(s_i)$	60	70	80	90

表3.　遷移先がs_2からs_9の場合の利得$r(s_i)$（その2）

	s_2	s_3	s_4	s_5
$r(s_i)$	90	80	70	60
	s_6	s_7	s_8	s_9
$r(s_i)$	50	40	30	20

各マス目（s_1からs_8）からゴール（あがりs_{10}）までに得る期待総利得$v_r(s_i)$について，計算例（その1）を表4，計算例（その2）を表5に示す．各値は必要に応じて小数点以下第4位を四捨五入した．

表4.　ゴールまでに得る期待総利得（その1）

マス目	$v_r(s_i)$	マス目	$v_r(s_i)$
s_1	119.633	s_5	65.579
s_2	113.257	s_6	47.639
s_3	105.649	s_7	30.833
s_4	84.842	s_8	15.0

表5.　ゴールまでに得る期待総利得（その2）

マス目	$v_r(s_i)$	マス目	$v_r(s_i)$
s_1	105.133	s_5	28.210
s_2	82.018	s_6	17.037
s_3	61.730	s_7	8.889
s_4	42.912	s_8	3.333

利得$r(s_i)$の設定の表2と表3を比較すると，最小20，最大90で差が10ずつの8個の利得が，表2で昇順，表3で降順に並ぶ．表4と表5の2つの計算例の設定の違いは，この利得の順番のみである．しかし，マス目s_1からゴールまでに得る期待総利得$v_r\left(s_1\right)$の値は異なり，利得が昇順（表2）の設定の計算例（その1）（表4）の期待総利得$v_r\left(s_1\right)$の方が大きい．

教育目的の場合，各マス目のイベントに関するコメント文や利得によって，さまざまな教育的メッセージを学習者に伝える．教材作成者は作成時に，式(3)でゴールまでの期待総利得を把握できる．例えば，生活設計教育で生涯収入を題材とする場合，式(3)による期待値が生涯収入として適切な額かどうか確認できる．

4.　簡易な意思決定を伴う拡張ゲーム

4.1　簡易な意思決定を伴う拡張ゲームの概要

3章では，基本的に各マス目で1つのイベントのみ学習者に提示する，意思決定を伴わない確定的にイベントが生起する拡張ゲームを紹介した．本章では，簡易な意思決定を伴う拡張ゲームを考える．本章のゲームでは，各マス目で意思決定の選択肢として複数の行動／イベント間の優劣を学習者に提示する．意思決定の追加により，3章よりもより表現能力の高い教材開発が可能である．

本章の意思決定は他の回には影響せず，他の回とは独立に意思決定可能である．そのため，「簡易な意思決定」と呼ぶ．具体的には，3章のゲームの確定的なイベント生起の部分を，複数行動からの選択（例えば，宝くじ購入／非購入の選択，複数宝くじからの選択など）に拡張（変更）する．ただし，行動のコスト（支出）や手持ち資金などは考慮しない．よって，ある期（回）の行動選択によって，次の期の行動の選択肢が減るなどの影響はない．

本章での追加の定義等を説明する．マス目s_2からs_{n-1}では，サイコロを振る前に意思決定を行って，利得を得る．3章では遷移先がs_2からs_{n-1}の場合のみ利得を得られたのに対し，本章及び5章では遷移元がs_2からs_{n-1}の場合のみ利得を得られる．意思決定を行うのはサイコロを振る前であり，単に通過する（飛び越す）マス目では意思決定やサイコロを振ることはない．

$a_{i,j} \in A_i$，$2 \leq i \leq n-1$はマス目s_iにおけるj番目の行動で，$A_i = \{a_{i,1}, a_{i,2}, \ldots, a_{i,m_i}\}$はマス目$s_i$における行動集合，$m_i$はマス目$s_i$で選択候補となる行動の数である．マス目$s_i$，$2 \leq i \leq n-1$では，サイコロを振る前に行動集合$A_i$から行動を選択（意思決定）する．$\Pr\left(r_{i,j,k} \middle| a_{i,j}\right)$は行動$a_{i,j}$のもとで利得$r_{i,j,k}$を得る利得確率である．

$r_{i,j,k}$はマス目s_iで行動$a_{i,j}$を選択した場合のk番目の利得で，$R_{i,j} = \left(r_{i,j,1}, r_{i,j,2}, \dots, r_{i,j,l_{i,j}}\right)$はマス目$s_i$で行動$a_{i,j}$を選択した場合の利得候補を並べた利得ベクトル，$l_{i,j}$は利得候補の数である．

遊び手が遊ぶ際に利得確率や利得が既知／未知等，さまざまなゲーム設定が考えられるが，本研究では，すべて既知の場合を対象とする．例えば，マス目やルールブックに，行動に関するコメント文とともに，「サイコロの出目が偶数ならば利得100を得る」などの利得確率と利得に関する情報も記載されている場合を想定する．

$Y_t \in \{1,2,\dots,m_{X_t}\}$を$t$期目の位置であるマス目$s_{X_t}$（$2 \le X_t \le n-1$）の行動集合$A_{X_t}$から選択した行動の末尾の添え字番号を示す変数とする．t期に選択した行動はa_{X_t,Y_t}である．$Z_t \in \{1,2,\dots,l_{X_t,Y_t}\}$を$t$期目にマス目$s_{X_t}$で行動$a_{X_t,Y_t}$を選択したもとで得た利得の末尾の添え字番号を示す変数とする．t期に得た利得はr_{X_t,Y_t,Z_t}である．

4.2　簡易な意思決定を伴う拡張ゲームの期待総利得の最大化

本章の問題設定では，各期の意思決定は他の期とは独立（ある期の意思決定が当該期以降の意思決定に影響を与えない）なので，最適な意思決定は各マス目での期待利得の最大化である．$s_{X_t} = s_i$とすると，マス目s_i，$2 \le i \le n-1$での最適な行動番号$d^*(s_i)$は式(4)で計算できる．$Y_t = d^*\left(s_{X_t}\right) = d^*(s_i)$である．期待値の最大値に対応する行動が複数存在する場合に式(4)では最小の行動番号を返すが，最小以外の行動も同様に最適である．

$$d^*(s_i) = \min \arg \max_{j\in\{1,2,\dots,m_i\}} \sum_{k\in\{1,2,\dots,l_{i,j}\}} \Pr\left(r_{i,j,k}\middle|a_{i,j}\right) r_{i,j,k}. \tag{4}$$

マス目s_iからあがりs_nにゴールするまでに得る期待総利得の最大値を$w_r(s_i)$とすると，式(5)で計算できる．

$$w_r(s_i) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{6} \frac{1}{6} w_r\left(s_{I(i,j)}\right), & i = 1; \\ \bar{r}^*(s_i) + \sum_{j=1}^{6} \frac{1}{6} w_r\left(s_{I(i,j)}\right), & 2 \le i \le n-1; \\ 0, & i \ge n. \end{cases} \tag{5}$$

ただし，$\bar{r}^*(s_i)$はマス目s_iにおける期待利得の最大値であり，マス目s_iで式(4)による最適な行動$a_{i,d^*(s_i)}$を選択した際に得る利得の期待値に相当する．

$$\bar{r}^*(s_i) = \max_{j\in\{1,2,\dots,m_i\}} \sum_{k\in\{1,2,\dots,l_{i,j}\}} \Pr\left(r_{i,j,k}\middle|a_{i,j}\right) r_{i,j,k}. \tag{6}$$

マス目s_2からs_{n-1}に居る場合のみ利得を得るので，$i \ge n$では$w_r(s_i) = 0$，$i = 1$では当該期の利得はない．

3章の期待総利得を計算する式(3)と本章の期待総利得の最大値を計算する式(5)を比較すると，式(3)では利得を合計するために利得$r\left(s_{I(i,j)}\right)$を加算するのに対して，式(5)では総利得の最大値を計算するために当該期の期待利得の最大値$\bar{r}^*(s_i)$を加算する．式(3)に当該期の期待利得の最大化（簡易な意思決定）を加味して拡張したものが式(5)である．

4.3　簡易な意思決定を伴う拡張ゲームの期待総利得の最大化の計算例

計算例（その1）と計算例（その2）を紹介する．マス目の数が$n = 10$（振り出しs_1，あがりs_{10}）でマス目s_i（$2 \le i \le 9$）で選択可能な行動数は$m_i = 2$，$\forall i$，行動$a_{i,j}$の利得ベクトル$R_{i,j}$の要素数は$l_{i,j} = 2$，$\forall i$，$\forall j$，利得の生起確率$\Pr\left(r_{i,j,k}\middle|a_{i,j}\right)$は等確率（$\Pr\left(r_{i,j,k}\middle|a_{i,j}\right) = 0.5$，$\forall i$，$\forall j$，$\forall k$），計算例（その1）の利得$r_{i,j,k}$は表6，計算例（その2）の利得$r_{i,j,k}$は表7とする．

表6.　利得$r_{i,j,k}$（その1）

i,j	$k=1$	$k=2$	i,j	$k=1$	$k=2$
2,1	20	40	2,2	200	400
3,1	300	600	3,2	30	60
4,1	40	80	4,2	400	800
5,1	500	1000	5,2	50	100
6,1	60	120	6,2	600	1200
7,1	700	1400	7,2	70	140
8,1	80	160	8,2	800	1600
9,1	900	1800	9,2	90	180

表7.　利得$r_{i,j,k}$（その2）

i,j	$k=1$	$k=2$	i,j	$k=1$	$k=2$
2,1	900	1800	2,2	90	180
3,1	80	160	3,2	800	1600
4,1	700	1400	4,2	70	140
5,1	60	120	5,2	600	1200
6,1	500	1000	6,2	50	100
7,1	40	80	7,2	400	800
8,1	300	600	8,2	30	60
9,1	20	40	9,2	200	400

この問題設定のもとでの，式(4)による各マス目s_iの最適な行動番号$d^*(s_i)$と式(6)による当該マス目での期待利得の最大値$\bar{r}^*(s_i)$について，計算例（その1）を表8，計

算例（その2）を表9に示す．式(5)による各マス目s_iからあがりs_nにゴールするまでに得る期待総利得の最大値$w_r(s_i)$について，計算例（その1）を表10，計算例（その2）を表11に示す．

表8.　マス目s_iの最適な行動番号$d^*(s_i)$と期待利得の最大値$\bar{r}^*(s_i)$（その1）

	$d^*(s_i)$	$\bar{r}^*(s_i)$		$d^*(s_i)$	$\bar{r}^*(s_i)$
s_2	2	300	s_6	2	900
s_3	1	450	s_7	1	1050
s_4	2	600	s_8	2	1200
s_5	1	750	s_9	1	1350

表9.　マス目s_iの最適な行動番号$d^*(s_i)$と期待利得の最大値$\bar{r}^*(s_i)$（その2）

	$d^*(s_i)$	$\bar{r}^*(s_i)$		$d^*(s_i)$	$\bar{r}^*(s_i)$
s_2	1	1350	s_6	1	750
s_3	2	1200	s_7	2	600
s_4	1	1050	s_8	1	450
s_5	2	900	s_9	2	300

表10.　各マス目s_iからゴールまでの期待総利得の最大値$w_r(s_i)$（その1）

	$w_r(s_i)$		$w_r(s_i)$		$w_r(s_i)$
s_1	1794.496	s_4	1872.627	s_7	1512.5
s_2	1998.854	s_5	1733.681	s_8	1425
s_3	2034.732	s_6	1614.583	s_9	1350

表11.　各マス目s_iからゴールまでの期待総利得の最大値$w_r(s_i)$（その2）

	$w_r(s_i)$		$w_r(s_i)$		$w_r(s_i)$
s_1	1576.990	s_4	1693.673	s_7	733.333
s_2	2580.277	s_5	1323.148	s_8	500
s_3	2125.952	s_6	1005.556	s_9	300

2つの計算例の設定の違いは利得である．表6と表7を比較すると，マス目の番号iに対して逆順の設定である．次に各マス目の最適行動と期待利得の最大値である表8と表9を比較すると，期待利得の最大値が表8でマス目番号に対して昇順，表9で降順に並ぶ．2つの計算例の設定の主な違いは各マス目の期待利得の最大値の並ぶ順番のみである．しかし，マス目s_1からゴールまでに最適な行動選択で得る期待総利得$w_r(s_1)$は異なる．昇順の設定（表6，表8，表10）の$w_r(s_1)$の方が大きい．

教育目的の場合，教材作成者は行動に関するコメント文や利得で教育的メッセージを学習者に伝える．各マス目では式(4)による行動間の比較で意思決定するため，作成者は行動間の優劣を利得で表現して設定する．ゲーム全体に関しては，式(5)によるゴールまでの期待総利得の最大値が教育目的に適するかどうかなどを確認することによって，作成者は各種設定の妥当性を作成時に確認できる．

5.　難しい意思決定を伴う拡張ゲーム

5. 1　難しい意思決定を伴う拡張ゲームの概要

4章のゲームに手持ち資金と行動のコストを追加する．そのため，手持ち資金（行動コストや利得で増減する資金）次第で選択できない行動もある．換言すると，ある期の意思決定は次の期以降の期の状態（資金）／意思決定に影響を与える．そこで，本章では先読みを伴う最適化方法である動的計画法[18]を適用する．

なお，4章同様に，利得確率や利得に関する情報は遊び手にとって既知とする．従来研究[9]の教材すごろくは，性質の異なるマス目が混在するが，基本的には本章のような先読みが必要な意思決定を伴う拡張ゲーム相当である．

M_tをt期目の遊び手の手持ち資金とする．マス目s_2からs_{n-1}で行動を選択する際にコストの負担が必要な問題設定を考える．そのため，手持ち資金が，ある行動のコスト未満の場合には当該行動は選択できない．次期以降（遷移先以降）の行動選択も考慮して（先読みして）意思決定を行う必要がある．そこで，本章では動的計画法を利用する．初期値の手持ち資金M_1を持って，振り出しs_1から開始する．行動選択はマス目s_2以降（2期目以降）で実施する．$c_{i,j}$をマス目s_iのj番目の行動$a_{i,j}$のコストとする．手持ち資金は式(7)で更新される．

$$M_{t+1} = M_t - c_{X_t,Y_t} + r_{X_t,Y_t,Z_t}. \tag{7}$$

5. 2　難しい意思決定を伴う拡張ゲームの手持ち資金の期待値の最大化

本節では，最終的なゴール時の手持ち資金の期待値の最大化を考える．最終的な手持ち資金は，初期の手持ち資金と毎期の意思決定（行動選択）に伴う利得とコストの差分の総和である．マス目s_{X_t}に居て，手持ち資金がM_tのもとでの最終的な手持ち資金の期待値の最大値$u_r(s_{X_t}, M_t)$は動的計画法による式(8)で計算できる．

式(8)では，次の期（$(t+1)$期）のマス目を$s_{X_{t+1}}$，次の期の手持ち資金（遷移先での手持ち資金）を変数M_{t+1}で表記した後に，式(7)などを適用して書き下している．$X_t = 1$の場合は振り出しで意思決定はなく，遷移先の手持ち資金はM_tのままである．$2 \le X_t \le n-1$では意思決定があり，式(7)による更新後の手持ち資金になる．右辺を最大化するY_tに対応する行動a_{X_t,Y_t}が最適な行動である．$X_t \ge n$の場合は，ゴール済のため，当該期の手持ち資金M_tが最終的な手持ち資金である．

$$
\begin{aligned}
&u_r\left(s_{X_t}, M_t\right) \\
&= \begin{cases}
\sum_{D_t=1}^{6} \frac{1}{6} u_r\left(s_{X_{t+1}}, M_{t+1}\right), & X_t = 1; \\
\max\limits_{Y_t \in \{j | c_{X_t,j} \le M_t\}} \sum_{Z_t \in \{1,2,\ldots,l_{X_t,Y_t}\}} \sum_{D_t=1}^{6} \Pr\left(r_{X_t,Y_t,Z_t} \middle| a_{X_t,Y_t}\right) \frac{1}{6} \times u_r\left(s_{X_{t+1}}, M_{t+1}\right), & 2 \le X_t \le n-1; \\
M_{t+1}, & X_t \ge n.
\end{cases} \\
&= \begin{cases}
\sum_{D_t=1}^{6} \frac{1}{6} u_r\left(s_{I(X_t,D_t)}, M_t\right), & X_t = 1; \\
\max\limits_{Y_t \in \{j | c_{X_t,j} \le M_t\}} \sum_{Z_t \in \{1,2,\ldots,l_{X_t,Y_t}\}} \sum_{D_t=1}^{6} \Pr\left(r_{X_t,Y_t,Z_t} \middle| a_{X_t,Y_t}\right) \frac{1}{6} \times u_r\left(s_{I(X_t,D_t)}, M_t - c_{X_t,Y_t} + r_{X_t,Y_t,Z_t}\right), & 2 \le X_t \le n-1; \\
M_t, & X_t \ge n.
\end{cases}
\end{aligned}
\tag{8}
$$

4章の簡易な意思決定を伴う拡張問題の期待総利得の最大値を計算する式(5)と，本章の難しい意思決定を伴う拡張問題の手持ち資金の期待値の最大値を計算する式(8)を比較する．4章では総利得を算出するために利得を合計するのに対して，本章では利得とコストの差分（式(7)）を合計する．

最も大きな違いは式(8)の再帰的な処理（入れ子構造）の中で，t期の意思決定Y_t（行動a_{X_t,Y_t}）のコストc_{X_t,Y_t}と利得r_{X_t,Y_t,Z_t}によって，$(t+1)$期以降の手持ち資金の期待値の最大値$u_r\left(s_{X_{t+1}}, M_{t+1}\right)$の引数$M_{t+1}$が変化する点である．この違いのため，4章では各期の期待利得の最大化で期待総利得の最大化が可能だが，本章の手持ち資金の期待値最大化には動的計画法の再帰処理での先読みが必要である．

5.3　難しい意思決定を伴う拡張ゲームの手持ち資金の期待値の最大化の計算例

最初に計算例（その1）を紹介する．マス目の数が$n=10$（振り出しs_1，あがりs_{10}）でマス目s_i（$2 \le i \le 9$）で選択可能な行動数は$m_i = 2$，$\forall i$，行動$a_{i,j}$の利得ベクトル$R_{i,j}$の要素数は$l_{i,j} = 2$，$\forall i$，$\forall j$，利得$r_{i,j,k}$は表12，利得の生起確率$\Pr\left(r_{i,j,k} \middle| a_{i,j}\right)$は等確率（$\Pr\left(r_{i,j,k} \middle| a_{i,j}\right) = 0.5$，$\forall i$，$\forall j$，$\forall k$），行動のコスト$c_{i,j}$は表13とする．なお，利得0かつコスト0の行動についても便宜上，利得の生起確率を設定している．

表12.　利得$r_{i,j,k}$（その1）

i,j	$k=1$	$k=2$	i,j	$k=1$	$k=2$
2,1	0	0	2,2	100	50
3,1	0	0	3,2	80	500
4,1	0	0	4,2	1200	300
5,1	0	0	5,2	600	1100
6,1	0	0	6,2	1200	700
7,1	0	0	7,2	600	1000
8,1	0	0	8,2	800	1000
9,1	0	0	9,2	1200	600

表13.　行動のコスト$c_{i,j}$（その1）

i	j		i	j		i	j	
	1	2		1	2		1	2
2	0	100	5	0	100	8	0	100
3	0	100	6	0	100	9	0	100
4	0	100	7	0	100			

最初の手持ち資金を$M_1 = 100$としてマス目$s_{X_1} = s_1$から始めた時の最終的なゴール時の手持ち資金の期待値の最大値$u_r\left(s_{X_1}, M_1\right) = u_r(s_1, 100)$を表14のNo. 1に示す．No. 1（$u_r(s_1, 100)$）算出時の2期目以降については，マス目$s_{X_t}$と手持ち資金$M_t$の組が多数あるため，結果の一部のみ表14のNo. 2からNo. 8に示す．手持ち資金の期待値は必要に応じて小数点以下第4位を四捨五入した．

表14.　ゴール時の手持ち資金の期待値の最大値$u_r\left(s_{X_t}, M_t\right)$（その1）

番号 No.	マス目 s_{X_t}	手持 M_t	ゴール時 $u_r\left(s_{X_t}, M_t\right)$	最適行動 a_{X_t,Y_t}
No. 1	s_1	100	1377.925	−
No. 2	s_2	100	1328.698	$a_{2,1}$
No. 3	s_3	100	1267.455	$a_{3,1}$
No. 4	s_4	100	1657.819	$a_{4,2}$
No. 5	s_5	100	1520.988	$a_{5,2}$
No. 6	s_6	100	1403.704	$a_{6,2}$
No. 7	s_7	100	1088.889	$a_{7,2}$
No. 8	s_4	80	80	$a_{4,1}$

最初のマス目$s_{X_1} = s_1$では意思決定（行動選択）は行わないので，No. 1の最適行動a_{X_t,Y_t}の欄は空欄である．意思決定を伴うマス目では，コスト0かつ利得0の行動$a_{X_t,1}$またはコスト100の行動$a_{X_t,2}$を選択する．直感では，コスト100の投資によって100より大きな期待利得を得る場合にはコスト100の行動を選択した方が良いと思うかも知れない．実際に，No. 2はマス目s_2で手持ち資金100の場合で，表12からコスト100の行動での当該期の期待利得が$0.5 \times 100 + 0.5 \times 50 = 75$で100未満であり，コスト0の行動$a_{2,1}$を選択する．

しかし，No. 3ではマス目s_3で手持ち資金100のもとで，コスト100の行動$a_{3,2}$での当該期の期待利得は$0.5 \times 80 + 0.5 \times 500 = 290$で100より大きいが，コスト0の行動$a_{3,1}$を選択する．行動$a_{3,2}$を選択した場合，期待利得は290だが，確率0.5で利得は80である．利得80の場合には，次期の手持ち資金が80となり，それ以降はコスト0かつ利得0の行動$a_{X_t,1}$しか選択できない．例えば，最終的な全体での最適解（入れ子構造の式(8)で最終的に算出される最適解$u_r\left(s_1, 100\right)$に対応する解）には含まれないが，式(8)の途中計算で算出されるNo. 8のマス目s_4で手持ち資金80のもとでのゴール時の$u_r\left(s_4, 80\right)$は80である．No. 8のような状況（最終的な手持ち資金が小さくなる状況）を回避するためにNo. 3のマス目s_3ではコスト0の行動$a_{3,1}$を選択する．

他方，No. 4からNo. 7ではマス目s_4からs_7で手持ち資金100のもとで，コスト100の行動で当該期の期待利得が100より大きく，かつ確率1で100より大きな利得を得るため，コスト100の行動を選択する．また，ゴール時の手持ち資金の期待値はすべて1000以上である．

単純に当該期の期待利得の大きさのみで判断するのではなく，入れ子構造の式(8)で先読み（将来的な遷移先のマス目での利得も考慮）することによって，ゴール時の手持ち資金の期待値の最大化を実現している．

次に計算例（その2）を紹介する．利得$r_{i,j,k}$は表15，行動のコスト$c_{i,j}$は表16とする．その他（マス目の数，行動数，利得ベクトルの要素数，利得の生起確率）は計算例（その1）と同様である．

表15.　利得$r_{i,j,k}$（その2）

i,j	$k=1$	$k=2$	i,j	$k=1$	$k=2$
2,1	0	0	2,2	500	0
3,1	0	0	3,2	400	0
4,1	0	0	4,2	300	0
5,1	0	0	5,2	600	0
6,1	0	0	6,2	1000	0
7,1	0	0	7,2	800	0
8,1	0	0	8,2	15000	0
9,1	0	0	9,2	100000	500000

表16.　行動のコスト$c_{i,j}$（その2）

i	j		i	j		i	j	
	1	2		1	2		1	2
2	0	100	5	0	100	8	0	1000
3	0	100	6	0	100	9	0	10000
4	0	100	7	0	100			

最初の手持ち資金を$M_1 = 1000$としてマス目$s_{X_1} = s_1$から始めた時の最終的なゴール時の手持ち資金の期待値の最大値$u_r(s_{X_1}, M_1) = u_r(s_1, 1000)$を表17のNo. 1に示す．この計算例（その2）では，No. 1算出時の最終的な最適解でのマス目s_{X_t}と手持ち資金M_tの組の数は少数のため，最終的な最適解に含まれる2期目以降の結果すべてを表17のNo. 2からNo. 11に示す．手持ち資金の期待値は必要に応じて小数点以下第4位を四捨五入した．

No. 2からNo. 7のマス目s_2からs_7で手持ち資金1000のもとでは，コスト100の行動で当該期の期待利得は100より大きいが，確率0.5で利得0となり，次期の手持ち資金が900になる．それを回避するため，No. 2からNo. 7ではコスト0の行動を選択する．マス目s_8に遷移できるかどうかは確率的であるが，No. 8のマス目s_8で手持ち資金1000では確率0.5で利得15000を得るためにコスト1000の行動$a_{8,2}$を選択する．手持ち資金15000でマス目s_9に遷移できたNo. 10ではコスト10000の行動$a_{9,2}$を選択し，確率0.5で利得100000または確率0.5で利得500000を得る．手持ち資金0または1000でマス目s_9に

遷移したNo. 9またはNo. 11では，コスト0の行動$a_{9,1}$を選択し，ゴール時の手持ち資金は0または1000のままである．

表17.　ゴール時の手持ち資金の期待値の最大値 $u_r(s_{X_t}, M_t)$（その2）

番号 No.	マス目 s_{X_t}	手持 M_t	ゴール時 $u_r(s_{X_t}, M_t)$	最適行動 a_{X_t,Y_t}
No. 1	s_1	1000	8777.201	−
No. 2	s_2	1000	12047.125	$a_{2,1}$
No. 3	s_3	1000	10468.964	$a_{3,1}$
No. 4	s_4	1000	9116.255	$a_{4,1}$
No. 5	s_5	1000	7956.790	$a_{5,1}$
No. 6	s_6	1000	6962.963	$a_{6,1}$
No. 7	s_7	1000	6111.111	$a_{7,1}$
No. 8	s_8	1000	31666.667	$a_{8,2}$
No. 9	s_9	0	0	$a_{9,1}$
No. 10	s_9	15000	305000	$a_{9,2}$
No. 11	s_9	1000	1000	$a_{9,1}$

この計算例（その2）の設定は最後の2マス以外ではコスト0の行動を選択し続け，運良く最後の2マスに連続して遷移できて，かつ行動選択の結果でも運が良ければ大きな利得を得る，特殊な例である．入れ子構造の式(8)での先読みによって，このような特殊な設定のもとでもゴール時の手持ち資金の期待値の最大化が可能である．

手持ち資金や行動コストを導入して，手持ち資金によって選択可能な行動候補が変化する点が4章の拡張ゲームと本章の拡張ゲームとでは異なる．しかし，教育目的の場合に，行動に関するコメント文や利得で教育的メッセージを学習者に伝える点は同じである．

手持ち資金やコストを導入し，式(8)による先読みを伴う最適化を実施するため，4章の拡張ゲームと比較して，設定はより複雑である．式(8)で算出する最適な行動選択と，教材作成者が教育目的に基づいて最適と考える行動選択に差がある場合には，その差をなくすように利得の設定などを見直す必要がある．

例えば，上記の2つの計算例では式(8)による先読みによって，振り出しに近いマス目での期待利得（行動コストより大きいが，小さめの期待利得）の獲得を無視して，より先の（あがりに近い）マス目でのより大きな期待利得の獲得を目指す行動選択が確認された．仮に，教育目的に基づく作成者の意図として，振り出しに近いマス目でも当該期の期待利得の獲得を目指す行動選択が望ましい場合には，振り出しに近いマス目でのより大きな利得への見直し，あがりに近いマス目でのより小さな利得／コストへの見直しなどが対応策として考えられる．

6.　考察と今後の課題

6. 1　考察

すごろくは長い歴史を持つゲームであり，確定的なイベント，利得獲得，行動選択，行動コスト，手持ち資金等を導入した，さまざまな拡張ゲームもある．従来から，生活設計教育／環境教育／消費者教育などの教育目的で，すごろく及びその拡張ゲームが利用されている[7]-[12]．

効果的な教材作成のためには，数理工学的な検討も必要である．単純なすごろくや利得を伴わない拡張ゲームについて，ゴールまでにサイコロを振る回数の期待値／各遊び手の勝つ確率／ゲームの所要時間等は従来から検討されている．しかし，利得を伴う拡張ゲームの期待総利得等に関する従来研究はほとんどない．そこで，本研究では，確定的なイベント生起を伴う拡張ゲームにおける期待総利得の計算，簡易な意思決定を伴う拡張ゲームにおける期待総利得の最大化，難しい意思決定を伴う拡張ゲームにおけるゴール時の手持ち資金の期待値の最大化を検討した．

計算例において本研究で検討した各種計算方法によって適切に計算できることを確認した．手持ち資金や行動コストを導入した難しい意思決定を伴う拡張ゲームに関しては，提案した計算方法で先読みすることによって，手持ち資金を温存して終盤で大きな利得を得る可能性に賭ける行動選択例を確認した．

教育目的の場合，学習対象分野の知識に基づくイベントや行動に関するコメント文の記述や利得設定が必要である．本研究はそのような記述，設定の方法論を提供するものではない．教育目的に対する教材（すごろく，拡張ゲーム）中の各種設定の妥当性を教材作成者が確認する際には，教材の各種設定に対する期待総利得や最適解などの情報が有効である．本研究は，そのような情報の計算方法の提供によって，教材（ゲーム）作成の支援に寄与することを目指した基礎研究である．

従来研究[12]では，学生達に教材すごろくで学習させた後に，学習結果から算出した総利得の平均値などに基づいて利得設定の妥当性を検証している．当該教材すごろくは本研究の3章の拡張ゲームと多少異なる部分もあるが，本研究に対する軽微な拡張によって，事前の作成

段階で利得設定の妥当性を確認できるようになる．従来研究[12]の教材すごろくに限らず，本研究及びその拡張研究によって，教材すごろくの作成段階における各種設定の妥当性検証に貢献できるものと考える．

5章では，動的計画法を利用して最適化問題を解いたが，この提案方法は意思決定を伴う確率モデルであるマルコフ決定過程[19]（以下，MDPと略す）の有限期間の最適化問題の解き方と類似している．特に，5章におけるマス目と手持ち資金の組をMDPの状態，5章の行動をMDPの行動，5章の利得確率とサイコロの出目の確率の積をMDPの状態遷移確率，5章の利得とコストの差分をMDPの利得として解釈すると，5章では難しい意思決定を伴う拡張ゲームにおけるゴール時の手持ち資金の期待値の最大化問題をMDPを用いてモデル化したと解釈できる．よって，本研究の今後の拡張研究の際には，MDPに関する多くの従来研究の知見も活用可能と考える．

6.2　今後の課題

本研究では基礎研究の初期段階のため，振り出しからゴールまでのコースの分岐やループがない場合を対象とした．ゲームの表現能力を拡張するには分岐コースやループも必要である．本研究では，意思決定を伴う拡張ゲームにおける，遊び手本人（教材すごろくの学習者）の期待総利得（及び手持ち資金の期待値）の最大化を検討した．他方，一般的に複数人で遊ぶ（学習する）場合の遊び手の目的として，1位での勝利（勝率最大化）や，複数の遊び手の連携による全員での期待総利得の最大化などもあり，これらの目的に関する検討も重要である．

また，本研究では，利得の発生確率や利得ベクトル（利得の候補）は既知と仮定した．教育目的の場合，利得確率は当該行動を実施した場合にどのような利得が生起しやすい／しにくいかという学習対象分野の知識に相当する．よって，利得確率等が未知の拡張ゲームは，当該分野の知識を学習者（遊び手）に事前に提示せずに，ゲームの結果から学習させるゲームに相当する．利得確率等に関して完全に未知の場合は学習の難易度が最も高く，本研究のように完全に既知の場合は難易度が最も低い．よって，利得確率等の情報を学習者に部分的に提示することによる，学習の難易度調整も可能と考える．

上記のような，表現するコースの拡張や，遊び手の勝率最大化，複数の遊び手の連携も考慮した全員での期待総利得の最大化，部分的に未知情報を伴う拡張ゲームの検討は今後の課題である．

7.　まとめ

従来から，すごろくやその拡張ゲームに教育的なコメント文等を付与した教育利用が検討されている．教材開発にあたっては，数理工学的な検討も必要である．しかし，従来研究ではサイコロを振る回数等は検討されているが，利得を伴う拡張ゲームにおける総利得に関しては未検討である．そこで，本研究では，確定的なイベント生起を伴う拡張ゲームにおける期待総利得の計算，簡易な意思決定を伴う拡張ゲームにおける期待総利得の最大化，難しい意思決定を伴う拡張ゲームにおけるゴール時の手持ち資金の期待値の最大化を検討した．

従来研究でも検討されているゴールまでにサイコロを振る回数の期待値の計算方法を徐々に拡張しながら，それぞれの方法を提案した．難しい意思決定を伴う拡張ゲームでは，最適化方法である動的計画法を利用して，ゴール時の手持ち資金の期待値の最大値と最適な行動を算出する．数値計算例において，それぞれの問題設定における計算例を確認した．

教育目的の従来研究[12]では学生達の学習後（被験者によるプレイ後）に，記録された総利得の平均値を分析して，利得設定の妥当性を事後に検証している．本研究の提案方法（またはその軽微な拡張）を利用することによって，今後は教材すごろくの作成段階で事前に利得設定の妥当性等を確認できる．

本研究で想定した簡易なコースの拡張（分岐，ループ等）や，本研究ではすべて既知と仮定した利得や利得確率等の情報を部分的に未知にすることによる学習の難易度調整等の検討は今後の課題である．

謝辞

本研究の一部はJSPS 科研費 JP21K04543 の助成による．

参考文献

[1] 増川宏一：すごろくI，法政大学出版局，1995.

[2] 増川宏一：すごろくII，法政大学出版局，1995.

[3] 吉田修，山本正勝：双六（すごろく），文溪堂，2004.

[4] 株式会社タカラトミー：商品情報｜人生ゲーム｜タカラトミー，https://www.takaratomy.co.jp/products/jinsei/，参照（2023. 1. 14）

[5] 株式会社コナミデジタルエンタテインメント：桃太郎電鉄 ～昭和 平成 令和も定番！～ 公式サイト，https://www.konami.com/games/momotetsu/teiban/，参照（2023. 1. 14）

[6] 日本モノポリー協会：ほぼ日刊イトイ新聞 −モノポリーページ, https://www.1101.com/monopoly/index.html, 参照（2023. 1. 14）
[7] 岡村貴子, 上野顕子, 齋藤美保子, 牧野カツコ：生活設計教育における「人生すごろく」作りの意義（第二法）—中・高校生のライフイベントに対する意識—, 日本家庭科教育学会誌, Vol. 42, No. 3, pp. 9−15, 1999.
[8] 吉川肇子：すごろくで語るライフストーリー, シミュレーション＆ゲーミング, Vol. 19, No. 1, pp. 1−8, 2009.
[9] 杉浦淳吉, 三神彩子：住環境と省エネルギー学習教材としてのすごろくの開発と学習効果, シミュレーション＆ゲーミング, Vol. 30, No. 1, pp. 45−54 2020.
[10] 澁谷久：環境教育における環境をとらえる方法としてのすごろくの有効性の考察, 日本科学教育学会年会論文集, Vol. 38, 1G1−L4, 2014.
[11] 出口明子, 関口有人, 大久保達弘：環境学習を支援するすごろくゲーム「里山Life・アドミンズ」の開発と予備的評価, 日本科学教育学会年会論文集, Vol. 39, 3B3−F4, 2015.
[12] 野中美津枝, 高崎昌己：消費者市民を育成する「すごろく」の開発と授業実践, 消費者教育, Vol. 38, pp. 79−88, 2018.
[13] 小泉隆義, 斉藤元晴, 保田和寛：みんなで遊ぼう！がくしゅうすごろくゲーム, 学研プラス, 2012.
[14] 原口結, 小高まりゑ：みんなで遊ぼう！がくしゅうすごろくゲーム科学編, 学研プラス, 2012.
[15] J. F. Groote, F. Wiedijk and H. Zantema : A Probabilistic Analysis of the Game of the Goose, SIAM Review, Vol.58, No.1, pp.143-155, 2016.
[16] W. J. A. van Heeswijk : Donald Duck Holiday Game: A Numerical Analysis of a Game of the Goose Role-playing Variant, Board Game Studies Journal, Vol.14, No.1, pp.1-15, 2020.
[17] nekorlapp：すごろくでサイコロを何回振ればゴールできるか？ マス数とターン数の関係, http://tma.main.jp/science/sugoroku.php, 参照（2023. 1. 14）
[18] 鍋島一郎：動的計画法, 森北出版, 1968.
[19] 森村英典, 高橋幸雄：マルコフ解析, 日科技連, 1979.

前田康成（まえだやすなり）
平成７年早大・理工卒．平成９年同大学院理工学研究科修士課程修了．日本電信電話（株），東日本電信電話（株），北見工大助手, 助教, 准教授を経て平成28年同大学教授, 現在に至る. 博士（工学）. 統計的決定理論の学習問題への応用に関する研究に従事．電子情報通信学会等各会員.