THE IEICE TRANSACTIONS ON INFORMATION AND SYSTEMS (JAPANESE EDITION)

電子情報通信学会論文誌 D

情報・システム

VOL. J104-D NO. 12
DECEMBER 2021

情報・システムソサイエティ
一般社団法人 電子情報通信学会
THE INFORMATION AND SYSTEMS SOCIETY
THE INSTITUTE OF ELECTRONICS, INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS

ダイナミックプライシングを考慮した保全へのマルコフ決定過程の適用

前田　康成[†a)]（正員）

Applying Markov Decision Processes to Maintenance Considering Dynamic Pricing

Yasunari MAEDA[†a)], *Member*

[†] 北見工業大学地域未来デザイン工学科，北見市
School of Regional Innovation and Social Design Engineering, Kitami Institute of Technology, 165 Koen-cho, Kitami-shi, 090–8507 Japan

a) E-mail: maedaya@mail.kitami-it.ac.jp

DOI:10.14923/transinfj.2021JDL8001

あらまし　本研究では，ダイナミックプライシングを考慮した保全問題にマルコフ決定過程を適用する．統計的決定理論に基づいてベイズ基準のもとで期待総収益を最大化する新しい保全方法を提案し，その有効性を数値計算例で検証する．

キーワード　ダイナミックプライシング，保全，マルコフ決定過程，統計的決定理論，ベイズ基準

1. まえがき

本研究では，製造業における製造設備の保全問題を考える．保全に関する従来研究 [1]〜[7] では，マルコフ決定過程 [8] を用いてモデル化し，設備の状態が既知の場合 [1], [3], [5], [7] と，未知の場合 [2], [4], [6] を検討している．従来研究 [1]〜[5] では保全コストの最小化，従来研究 [6], [7] では製造による売上も考慮して収益の最大化を行っている．

他方，販売管理の分野では，需要が価格に依存して変化する性質に着目して，動的な価格設定（ダイナミックプライシング [9]〜[11]）による収益の最大化が検討されている．基本のモデルでは，引数に価格をとり，需要を確定的/確率的に出力する需要関数を考える．応用として，需要関数を支配する景気状態がマルコフ連鎖によって変化し，景気状態が観測できない仮定のもとで，マルコフ決定過程でモデル化したダイナミックプライシングも検討されている [9]．また，購入希望価格などの性質が異なる複数の顧客クラスで構成される待ち行列を考慮したダイナミックプライシングも検討されている [10]．従来のダイナミックプライシングでは，意思決定対象は主に価格のみである．

収益の最大化を目指す保全に関する従来研究では，販売価格は固定（一定額）を想定しており，より現実的な価格に依存する需要変化を考慮していない．そこで，本研究では，収益の最大化を目指す保全に関する従来研究の問題設定に，価格に依存する需要変化を追加して意思決定対象を修理と価格の両方に拡張した．ダイナミックプライシングを考慮した保全問題を対象として，統計的決定理論 [12] に基づき期待総収益（収益の総和の期待値）をベイズ基準のもとで最大化する保全方法（修理と価格の選択方法）を検討する．ただし，一般的な企業では修理と価格の決定は異なる部署の担当業務である．よって，現実には部署間の担当業務の調整，修理と価格の決定周期の調整等も必要であり，これらは今後の課題である．提案方法の有効性を確認するために，数値計算例も紹介する．

2. 準　　備

本研究で用いる各種記号などの定義を行う．

$s_i \in \mathcal{S}$ は i 番目の設備の状態を示し，$\mathcal{S} = \{s_1, s_2, \ldots, s_{|\mathcal{S}|}\}$ は設備状態集合である．設備状態は既知（観測可能）で，添え字番号が小さな状態ほど良好な状態とする．$a_i \in \mathcal{A}$ は i 番目の修理を示し，$\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_{|\mathcal{A}|}\}$ は修理集合である．$c(a_i)$ は修理 a_i のコスト，c' は製品 1 個当りの製造コスト，N は 1 期間に製造される製品数である．修理集合には例えば，軽微な調整，部品交換，設備交換等を含む．

$\Pr(s_k \mid s_i, a_j)$ は状態 s_i の設備に修理 a_j を実施して状態 s_k に遷移する保全状態遷移確率を示す．簡便のため，修理は各期の最初に所要時間なしで実施とする．修理後の状態のもとで，製品を製造（稼働）する．$\Pr(s_j \mid s_i)$ は状態 s_i の設備が 1 期間稼働後に状態 s_j に遷移する稼働状態遷移確率を示す．$\Pr(e \mid s_i)$ は状態 s_i の設備が不良品を製造する確率（不良率）を示す．

$p_i \in \mathcal{P}$ は i 番目の価格（製品 1 個当りの販売価格）を示し，$\mathcal{P} = \{p_1, p_2, \ldots, p_{|\mathcal{P}|}\}$ は価格集合である．$d_i \in \mathcal{D}$ は i 番目の需要（顧客の購入希望総数）を示し，$\mathcal{D} = \{d_1, d_2, \ldots, d_{|\mathcal{D}|}\}$ は需要集合である．$\theta_i \in \Theta$ は i 番目の景気状態を示し，$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{|\Theta|}\}$ は景気状態集合である．需要 d_k は，価格 p_i に対して景気状態 θ_j に支配された需要確率 $\Pr(d_k \mid p_i, \theta_j)$ で発生する．景気状態はマルコフ連鎖の遷移確率 $\Pr(\theta_j \mid \theta_i)$ に従って遷移する．

T は対象期間の長さで，修理と価格を選択する回数である．$\boldsymbol{X_{t,1}}$ が t 期の在庫，$\boldsymbol{X_{t,2}} \in \Theta$ が t 期の景気状態，$\boldsymbol{X_{t,3}} \in \mathcal{S}$ が t 期の修理前の設備状態を示す変数で，$\boldsymbol{X_t} = (\boldsymbol{X_{t,1}}, \boldsymbol{X_{t,2}}, \boldsymbol{X_{t,3}})$ とする．$\boldsymbol{X'_{t,3}} \in \mathcal{S}$ は t 期の修理後の状態である．景気状態 $\boldsymbol{X_{t,2}}$ は直接は観測できず，初期の景気状態の事前確率 $\Pr(\boldsymbol{X_{1,2}})$ が既知とする．

$\boldsymbol{Y_{t,1}} \in \mathcal{A}$ が t 期の修理，$\boldsymbol{Y_{t,2}} \in \mathcal{P}$ が t 期の価格を示す変数で，$\boldsymbol{Y_t} = (\boldsymbol{Y_{t,1}}, \boldsymbol{Y_{t,2}})$ とする．$\boldsymbol{Z_{t,1}}$ が t 期の不良

品数，$\boldsymbol{Z_{t,2}} \in \mathcal{D}$ が t 期の需要，$\boldsymbol{Z_{t,3}}$ が t 期の販売数を示す変数で，$\boldsymbol{Z_t} = (\boldsymbol{Z_{t,1}}, \boldsymbol{Z_{t,2}}, \boldsymbol{Z_{t,3}})$ とする．$r(\boldsymbol{X_{t,1}}, \boldsymbol{Y_t}, \boldsymbol{Z_t})$ は在庫 $\boldsymbol{X_{t,1}}$ のもとで，修理 $\boldsymbol{Y_{t,1}}$，価格 $\boldsymbol{Y_{t,2}}$ を選択し，不良品数，需要数，販売数が $\boldsymbol{Z_t}$ となった場合の収益を示す．

$$r(\boldsymbol{X_{t,1}}, \boldsymbol{Y_t}, \boldsymbol{Z_t}) \\ = -c(\boldsymbol{Y_{t,1}}) - c'N + \boldsymbol{Y_{t,2}}\boldsymbol{Z_{t,3}}, \tag{1}$$

ただし，販売数 $\boldsymbol{Z_{t,3}}$ は次式で決まる．

$$\boldsymbol{Z_{t,3}} = \min\{\boldsymbol{X_{t,1}} + N - \boldsymbol{Z_{t,1}}, \boldsymbol{Z_{t,2}}\}. \tag{2}$$

$t+1$ 期の在庫 $\boldsymbol{X_{t+1,1}}$ は次式で算出される．

$$\boldsymbol{X_{t+1,1}} = \boldsymbol{X_{t,1}} + N - \boldsymbol{Z_{t,1}} - \boldsymbol{Z_{t,3}}. \tag{3}$$

次に t 期の流れをまとめる．状態 $\boldsymbol{X_t}$ で決定 $\boldsymbol{Y_t}$ を行い，保全状態遷移確率 $\Pr(\boldsymbol{X'_{t,3}} \mid \boldsymbol{X_{t,3}}, \boldsymbol{Y_{t,1}})$ で $\boldsymbol{X'_{t,3}}$ に遷移，不良率 $\Pr(e \mid \boldsymbol{X'_{t,3}})$ で $\boldsymbol{Z_{t,1}}$ 個の不良品が発生，稼働状態遷移確率 $\Pr(\boldsymbol{X_{t+1,3}} \mid \boldsymbol{X'_{t,3}})$ で $\boldsymbol{X_{t+1,3}}$ に遷移する．販売時に需要確率 $\Pr(\boldsymbol{Z_{t,2}} \mid \boldsymbol{Y_{t,2}}, \boldsymbol{X_{t,2}})$ で $\boldsymbol{Z_{t,2}}$ が発生，$\boldsymbol{Z_{t,3}}$，$r(\boldsymbol{X_{t,1}}, \boldsymbol{Y_t}, \boldsymbol{Z_t})$，$\boldsymbol{X_{t+1,1}}$ が定まる．その後，遷移確率 $\Pr(\boldsymbol{X_{t+1,2}} \mid \boldsymbol{X_{t,2}})$ で景気状態が $\boldsymbol{X_{t+1,2}}$ に遷移し，$t+1$ 期の決定へと進む．

本研究では，議論を簡便にするため，在庫維持費用等の販売管理費を省略し，修理の所要時間 0 等を仮定している．より現実に近い設定での検討は今後の課題である．設備状態が未知の場合への拡張には不良品数による未知状態の学習等がある．なお，メーカー直接販売のインターネット通信販売の企業等は，一般的な企業よりも本研究の問題設定に近いと考えられる．

3. ダイナミックプライシングを考慮した保全

3.1 定 式 化

統計的決定理論に基づいて定式化を行う．最初に，効用関数 $U(d(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot), \boldsymbol{X^T Y^T Z^T})$ を次式で定義する．

$$U(d(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot), \boldsymbol{X^T Y^T Z^T}) = \\ \sum_{i=1}^{T} r(\boldsymbol{X_{i,1}}, \boldsymbol{Y_i}, \boldsymbol{Z_i}), \tag{4}$$

ただし，$d(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot)$ は t 期の在庫 $\boldsymbol{X_{t,1}}$，修理前の設備状態 $\boldsymbol{X_{t,3}}$，$t-1$ 期までの価格と需要の系列 $\boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2} Z^{t-1}_{\cdot,2}}$ ($\boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2}} = \boldsymbol{Y_{1,2}} \cdots \boldsymbol{Y_{t-1,2}}$，$\boldsymbol{Z^{t-1}_{\cdot,2}} = \boldsymbol{Z_{1,2}} \cdots \boldsymbol{Z_{t-1,2}}$)，期を示す自然数 t を受け取って，t 期に選択する修理 $\boldsymbol{Y_{t,1}}$ と価格 $\boldsymbol{Y_{t,2}}$ を返す決定関数である．式 (4) の効用関数は決定関数 $d(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot)$ を用いて，系列 $\boldsymbol{X^T Y^T Z^T} = \boldsymbol{X_1 Y_1 Z_1} \cdots \boldsymbol{X_T Y_T Z_T}$ に対応する事象が起きた場合の総収益である．

次に，初期の在庫，景気状態，設備状態が $\boldsymbol{X_{1,1}}, \boldsymbol{X_{1,2}}, \boldsymbol{X_{1,3}}$ という条件のもとで，決定関数 $d(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot)$ を用いた場合の総収益の期待値である期待効用 $EU(d(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot), \boldsymbol{X_{1,1}}, \boldsymbol{X_{1,2}}, \boldsymbol{X_{1,3}})$ を示す．

$$\begin{aligned}
&EU(d(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot), \boldsymbol{X_{1,1}}, \boldsymbol{X_{1,2}}, \boldsymbol{X_{1,3}}) = \sum_{i=1}^{T} \sum_{\boldsymbol{X^i Y^i Z^i}} \\
&\quad \Pr(\boldsymbol{X^i Y^i Z^i} \mid d(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot), \boldsymbol{X_1}) r(\boldsymbol{X_{i,1}}, \boldsymbol{Y_i}, \boldsymbol{Z_i}) \\
&\quad = \sum_{i=1}^{T} \sum_{\boldsymbol{X^i Y^i Z^i}} \prod_{j=1}^{i} \Big(\Pr(\boldsymbol{X_{j,3}} \mid \boldsymbol{X'_{j-1,3}}) \\
&\quad \Pr(\boldsymbol{X_{j,2}} \mid \boldsymbol{X_{j-1,2}}) \Pr(\boldsymbol{X'_{j,3}} \mid \boldsymbol{X_{j,3}}, \boldsymbol{Y_{j,1}}) \\
&\quad {}_N\mathrm{C}_{\boldsymbol{Z_{j,1}}} \Pr(e \mid \boldsymbol{X'_{j,3}})^{\boldsymbol{Z_{j,1}}} (1 - \Pr(e \mid \boldsymbol{X'_{j,3}}))^{N-\boldsymbol{Z_{j,1}}} \\
&\quad \Pr(\boldsymbol{Z_{j,2}} \mid \boldsymbol{Y_{j,2}}, \boldsymbol{X_{j,2}}) \Big) r(\boldsymbol{X_{i,1}}, \boldsymbol{Y_i}, \boldsymbol{Z_i}),
\end{aligned} \tag{5}$$

ただし，初期状態が $\boldsymbol{X_1}$ という条件のもとなので，$\Pr(\boldsymbol{X_{1,3}} \mid \boldsymbol{X'_{0,3}}) = 1$, $\Pr(\boldsymbol{X_{1,2}} \mid \boldsymbol{X_{0,2}}) = 1$ とする．${}_N\mathrm{C}_{\boldsymbol{Z_{j,1}}}$ は N 個の製品の中に $\boldsymbol{Z_{j,1}}$ 個の不良品が含まれる組合せ数である．

本研究では，初期の景気状態 $\boldsymbol{X_{1,2}}$ は未知なので，事前確率 $\Pr(\boldsymbol{X_{1,2}})$ に対して期待値をとるベイズ期待効用 $BEU(d(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot), \boldsymbol{X_{1,1}}, \boldsymbol{X_{1,3}}, \Pr(\boldsymbol{X_{1,2}}))$ を考える．

$$BEU(d(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot), \boldsymbol{X_{1,1}}, \boldsymbol{X_{1,3}}, \Pr(\boldsymbol{X_{1,2}})) = \sum_{\boldsymbol{X_{1,2}} \in \Theta} \\ \Pr(\boldsymbol{X_{1,2}}) EU(d(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot), \boldsymbol{X_{1,1}}, \boldsymbol{X_{1,2}}, \boldsymbol{X_{1,3}}). \tag{6}$$

式 (6) のベイズ期待効用を最大にする決定関数が T 期間の期待総収益（T 回の修理と価格の選択に対する期待総収益）を統計的決定理論に基づいてベイズ基準のもとで最大化するという意味で最適な保全方法である．**3.3** で具体的に動的計画法 [8] を用いた最適な保全方法を提案する．

3.2 事後確率の更新

3.3 で紹介する提案方法における，従来研究 [9] 同様の景気状態の事後確率の更新について先に説明する．

$\Pr(\boldsymbol{X_{t,2}} \mid \boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2} Z^{t-1}_{\cdot,2}})$ は 1 期から $t-1$ 期の価格と需要が，価格系列 $\boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2}} = \boldsymbol{Y_{1,2}} \cdots \boldsymbol{Y_{t-1,2}}$，需要系列 $\boldsymbol{Z^{t-1}_{\cdot,2}} = \boldsymbol{Z_{1,2}} \cdots \boldsymbol{Z_{t-1,2}}$ の場合の t 期の景気状態 $\boldsymbol{X_{t,2}}$ の事後確率である．ただし，$t = 1$ の場合は $\Pr(\boldsymbol{X_{1,2}} \mid \boldsymbol{Y^0_{\cdot,2} Z^0_{\cdot,2}}) = \Pr(\boldsymbol{X_{1,2}})$ である．$\boldsymbol{Y_{t,2}}$ と $\boldsymbol{Z_{t,2}}$ の組に対して，事後確率は次式で更新される．

$$\Pr(\boldsymbol{X_{t+1,2}} \mid \boldsymbol{Y^{t}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t}_{\cdot,2}}) = \sum_{\boldsymbol{X_{t,2}}} \widetilde{\Pr}(\boldsymbol{X_{t,2}} \mid \boldsymbol{Y^{t}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t}_{\cdot,2}}) \Pr(\boldsymbol{X_{t+1,2}} \mid \boldsymbol{X_{t,2}}), \tag{7}$$

ただし，

$$\widetilde{\Pr}(\boldsymbol{X_{t,2}} \mid \boldsymbol{Y^{t}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t}_{\cdot,2}}) = \frac{\Pr(\boldsymbol{X_{t,2}}|\boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t-1}_{\cdot,2}})\Pr(\boldsymbol{Z_{t,2}}|\boldsymbol{Y_{t,2}},\boldsymbol{X_{t,2}})}{\sum_{\theta_i}\Pr(\theta_i|\boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t-1}_{\cdot,2}})\Pr(\boldsymbol{Z_{t,2}}|\boldsymbol{Y_{t,2}},\theta_i)}. \tag{8}$$

3.3 提案方法

式 (6) のベイズ期待効用を書き下すと，従来研究 [6] と同様に T 期間の入れ子構造の形になる．この T 期間の入れ子構造に動的計画法を適用して，T 期から 1 期まで遡りながら処理すると，ベイズ最適な保全計画（T 期間の修理と価格）を算出できる．

動的計画法による，t 期 $(1 \le t \le T)$ の修理 $\boldsymbol{Y_{t,1}}$，価格 $\boldsymbol{Y_{t,2}}$ の選択に関する処理を以下に示す．

$$\begin{aligned} V(\boldsymbol{X_{t,1}},\boldsymbol{X_{t,3}},\boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t-1}_{\cdot,2}},t) = \max_{\boldsymbol{Y_t}\in\mathcal{A}\times\mathcal{P}} &\sum_{\boldsymbol{X'_{t,3}}\in\mathcal{S}}\ \sum_{\boldsymbol{Z_{t,1}}\in\{0,1,\ldots,N\}}\ \sum_{\boldsymbol{Z_{t,2}}\in\mathcal{D}} \\ &\Pr(\boldsymbol{X'_{t,3}}|\boldsymbol{X_{t,3}},\boldsymbol{Y_{t,1}})\,{}_{N}\mathrm{C}_{\boldsymbol{Z_{t,1}}}\Pr(e|\boldsymbol{X'_{t,3}})^{\boldsymbol{Z_{t,1}}} \\ &(1-\Pr(e|\boldsymbol{X'_{t,3}}))^{N-\boldsymbol{Z_{t,1}}} \\ &\overline{\Pr}(\boldsymbol{Z_{t,2}}|\boldsymbol{Y_{t,2}},\boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t-1}_{\cdot,2}}) \\ &(r(\boldsymbol{X_{t,1}},\boldsymbol{Y_t},\boldsymbol{Z_t}) + \sum_{\boldsymbol{X_{t+1,3}}\in\mathcal{S}}\Pr(\boldsymbol{X_{t+1,3}} \mid \boldsymbol{X'_{t,3}}) \\ &V(\boldsymbol{X_{t+1,1}},\boldsymbol{X_{t+1,3}},\boldsymbol{Y^{t}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t}_{\cdot,2}},t+1), \end{aligned} \tag{9}$$

ただし，従来研究 [9] 同様に，

$$\begin{aligned} &\overline{\Pr}(\boldsymbol{Z_{t,2}}|\boldsymbol{Y_{t,2}},\boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t-1}_{\cdot,2}}) \\ &= \sum_{\boldsymbol{X_{t,2}}\in\Theta}\Pr(\boldsymbol{X_{t,2}} \mid \boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t-1}_{\cdot,2}}) \\ &\quad \Pr(\boldsymbol{Z_{t,2}} \mid \boldsymbol{Y_{t,2}},\boldsymbol{X_{t,2}}). \end{aligned} \tag{10}$$

$V(\boldsymbol{X_{t,1}},\boldsymbol{X_{t,3}},\boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t-1}_{\cdot,2}},t)$ は，t 期の在庫が $\boldsymbol{X_{t,1}}$，修理前の設備状態が $\boldsymbol{X_{t,3}}$，$t-1$ 期までの価格と需要が $\boldsymbol{Y^{t-1}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{t-1}_{\cdot,2}}$ のもとで，t 期以降に得られるベイズ基準のもとで最大の期待総収益である．対象期間は T 期間のため，$V(\boldsymbol{X_{T+1,1}},\boldsymbol{X_{T+1,3}},\boldsymbol{Y^{T}_{\cdot,2}}\boldsymbol{Z^{T}_{\cdot,2}},T+1) = 0$ とする．式 (9) の右辺を最大にする $\boldsymbol{Y_t}$ が最適な修理と価格である．

4. 数値計算例

提案方法の有効性を検証するために，数値計算例を

表 1　保全状態遷移確率 $\Pr(s_k \mid s_i, a_j)$

j	i	k			j	i	k		
		1	2	3			1	2	3
1	1	1.0	0.0	0.0	2	1	1.0	0.0	0.0
	2	0.6	0.4	0.0		2	0.99	0.01	0.0
	3	0.0	0.6	0.4		3	0.8	0.2	0.0

表 2　稼働状態遷移確率 $\Pr(s_j \mid s_i)$

i	j			i	j		
	1	2	3		1	2	3
1	0.8	0.2	0.0	3	0.0	0.0	1.0
2	0.0	0.7	0.3				

表 3　需要確率 $\Pr(d_k \mid p_j, \theta_i)$

i	j	k			i	j	k		
		1	2	3			1	2	3
1	1	0.05	0.15	0.8	2	1	0.25	0.35	0.4
	2	0.2	0.2	0.6		2	0.4	0.3	0.3
	3	0.5	0.35	0.15		3	0.8	0.15	0.05

紹介する．以下に，数値計算用の設定を示す．なお，以下の設定は著者による架空の設定である．より厳密な検証には実データが必要であり，実データによる検証は今後の課題の一つである．

設備状態の数 $|\ \mathcal{S}\ |= 3$，修理の数 $|\ \mathcal{A}\ |= 2$，修理コスト $c(a_1) = 0$，$c(a_2) = 50$，製品 1 個当りの製造コスト $c' = 80$，1 期間に製造される製品数 $N = 10$，不良率 $\Pr(e \mid s_1) = 0.01$，$\Pr(e \mid s_2) = 0.2$，$\Pr(e \mid s_3) = 0.5$，表 1 に保全状態遷移確率 $\Pr(s_k \mid s_i, a_j)$，表 2 に稼働状態遷移確率 $\Pr(s_j \mid s_i)$ を示す．

価格の数 $|\ \mathcal{P}\ |= 3$，価格 $p_1 = 100$，$p_2 = 150$，$p_3 = 200$，需要の数 $|\ \mathcal{D}\ |= 3$，需要 $d_1 = 4$，$d_2 = 8$，$d_3 = 12$，景気状態数 $|\ \Theta\ |= 2$，意思決定回数（期間長）$T = 5$，初期の在庫 $\boldsymbol{X_{1,1}} = 0$，初期の設備状態 $\boldsymbol{X_{1,3}} = s_2$，初期の景気状態の事前確率 $\Pr(\boldsymbol{X_{1,2}})$ は等確率とする．表 3 に需要確率 $\Pr(d_k \mid p_j, \theta_i)$ を示す．景気状態 θ_1 が景気の良い状態，θ_2 が景気の悪い状態であり，θ_1 の方が θ_2 よりも，大きな需要が発生する確率がより大きい設定である．景気状態の遷移確率が $\Pr(\theta_1 \mid \theta_1) = 0.9$，$\Pr(\theta_2 \mid \theta_2) = 0.2$ で，これは好景気の状態 θ_1 への遷移確率が大きい設定である．

表 4 に提案方法と比較対象の期待総収益と算出に要した処理時間を示す．Python で作成したプログラムと，Windows10 Pro 64 ビット OS，CPU2.70GHz，メモリ 12.0GB の計算機を使用した．比較対象の固定 a_i は修理を a_i で固定（必ず修理 a_i を選択）して価格のみ意思決定対象として期待総収益を最大化する場合で

表 4 期待総収益と処理時間の比較

方法	総収益	百分率	処理時間 (秒)	百分率
提案方法	2561	100.0	1950	100.0
固定 a_1	2476	96.7	1176	60.3
固定 a_2	2385	93.1	1170	60.0
固定 p_1	656	25.6	22	1.1
固定 p_2	2417	94.4	22	1.1
固定 p_3	2179	85.1	22	1.1

ある．固定 p_i は価格を p_i で固定して修理のみ意思決定対象とした場合である．総収益，処理時間ともに小数点以下第 1 位を四捨五入した値で，右側の百分率は提案方法に対する比較対象の割合 (%) である．

最適化問題の性質より，修理と価格の両方を最適化する提案方法の総収益が，片方のみ最適化の比較対象より大きいことは自明である．表 4 より，比較対象の総収益が提案方法の 25.6% から 96.7% という具体例を確認できる．提案方法に関するより厳密な検証には，より現実に近い問題設定への拡張や実データに基づく検証が必要である．

表 4 の処理時間は提案方法が最大で，修理のみ最適化の比較対象が最小である．提案方法と価格のみ最適化の比較対象には景気状態の事後確率計算が含まれるため，修理のみ最適化の比較対象より大幅に処理時間が大きい．本研究では設備状態が既知の場合を検討したが，現実には未知の場合も多い．設備状態未知の対応にも事後確率計算を含む方法が考えられる．この場合，設備状態と景気状態の二つの状態の事後確率計算のため，更なる処理時間の増大が予想される．処理時間の短縮には，近似方法の検討が必要である．

5. む す び

従来から，製造業における製造設備の保全に関して，売上を考慮したもとで収益の最大化が検討されていた．しかし，販売管理における動的な価格設定による収益最大化（ダイナミックプライシング）の考え方は従来の保全では考慮されていない．そこで，本研究ではダイナミックプライシングを考慮した保全問題を検討した．保全及びダイナミックプライシングの従来研究同様にマルコフ決定過程を用いてモデル化し，統計的決定理論に基づいてベイズ基準のもとで期待総収益を最大化する保全方法（修理と価格の選択方法）を提案した．修理と価格の両方に関して最適化する提案方法の総収益が片方のみ最適化する比較対象よりも大きいことは最適化問題の性質より自明であるが，数値計算例によって具体的に確認できた．

より現実に近い問題設定として，設備状態未知への拡張がある．数値計算例では未知の景気状態の事後確率計算を含む場合の処理時間が大きく，設備状態未知では更なる処理時間の増大が予想される．近似方法による処理時間の短縮も含め，今後の課題である．

また，本研究では，各種確率を既知と仮定したが，実際にはこれらの確率は未知の場合も多い．真のパラメータが未知のマルコフ決定過程については，機械学習の分野で能動学習として従来から検討されており，その成果が本研究の拡張研究にも適用可能と考える．ダイナミックプライシングを考慮した保全問題における能動学習の検討についても今後の課題としたい．

文 献

[1] H. Kawai, “An optimal ordering and replacement policy of a Markovian degradation system under complete observation part I,” J. Oper. Res. Soc. Japan, vol.26, no.4, pp.279–291, 1983.

[2] M. Ohnishi, H. Kawai, and H. Mine, “An optimal inspection and replacement policy under incomplete state information,” European J. Oper. Res., vol.27, pp.117–128, 1986.

[3] N. Douer and U. Yechiali, “Optimal repair and replacement in Markovian systems,” Commun. Statist.-Stochastic Models, vol.10, no.1, pp.253–270, 1994.

[4] 高橋將人，鈴木和幸，“複数修理保全モデルにおける最適保全方策に関する一考察，” 信学論（A），vol.J80-A, no.4, pp.677–683, April 1997.

[5] 田村信幸，宮村鐵夫，“改良保全と不完全修理を考慮したマルコフ的劣化モデル，” 信学論（A），vol.J84-A, no.2, pp.197–207, Feb. 2001.

[6] 前田康成，後藤文太朗，升井洋志，桝井文人，鈴木正清，“収益を考慮した保全への状態が未知のマルコフ決定過程の適用，” 信学論（D），vol.J95-D, no.9, pp.1802–1805, Sept. 2012.

[7] 前田康成，後藤文太朗，升井洋志，桝井文人，鈴木正清，“パラメータ未知のマルコフ決定過程の保全への適用，” 電学論（C），vol.132, no.10, pp.1719–1720, Oct. 2012.

[8] 金子哲夫，マルコフ決定理論入門，槙書店，東京，1973.

[9] Y. Aviv and A. Pazgal, “A partially observed Markov decision process for dynamic pricing,” Management Science, vol.51, no.9, 2005.

[10] E.B. Cil, F. Karaesmen, and E.L. Örmeci, “Dynamic pricing and scheduling in a multi-class single-server queueing system,” Queueing Systems, vol.67, no.4, pp.305–331, 2011.

[11] 佐藤公俊，澤木勝茂，レベニューマネジメント，共立出版，東京，2020.

[12] J.O. Berger, Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis, Springer-Verlag, New York, 1980.

（2021 年 3 月 1 日受付，5 月 30 日再受付，
8 月 11 日早期公開）