

[Short paper]

(2014 年 10 月 4 日 Accepted)

収益と経済状態を考慮した保全に関する一考察

前田 康成, 後藤 文太郎, 升井 洋志, 梶井 文人, 鈴木 正清

北見工業大学・情報システム工学科

要約： 従来から設備保全に関する多くの研究がある。従来研究では未知状態をとまなうマルコフ決定過程を用いたモデル化が実施されている。製品の収益も考慮したもとの、ベイズ基準のもとでマルコフ決定過程の期待総利得を最大化する保全計画の算出方法が提案されている従来研究もある。当該従来研究では製品の収益は一定と仮定している。しかし、実際には納品価格は景気動向などの経済状態に依存して変動するものである。

そこで、本研究ではマルコフ連鎖に従う経済状態を新たに導入したもとのマルコフ決定過程の期待総利得のベイズ基準のもとでの最大化を目的とする。最初に統計的決定理論に基づいて、経済状態を考慮したもとのマルコフ決定過程の期待総利得のベイズ基準のもとでの最大化を定式化する。次に、動的計画法を用いて期待総利得をベイズ基準のもとで最大化する保全計画の算出方法を提案する。提案方法の有効性を確認するための数値計算例を報告する。数値計算結果より、提案方法により算出された保全計画において、経済状態の変化に応じた適切な修理選択が実施できることを確認する。

キーワード： 保全, マルコフ決定過程, 統計的決定理論, ベイズ基準, 経済状態

A Note on Maintenance Considering Profits and Economic States

Yasunari MAEDA, Fumitaro GOTO, Hiroshi MASUI, Fumito MASUI, Masakiyo SUZUKI

Dept. of Computer Science, Kitami Institute of Technology

Abstract: There is much previous research on maintenance. Markov decision processes with unknown states are used in order to represent the maintenance problem. In the previous research a fixed profit is considered. In general the profit depends on economic states. In this research we propose a new maintenance method based on statistical decision theory. The proposed maintenance method maximizes the total reward of the maintenance problem considering profits and economic states with reference to a Bayes criterion. We show the effectiveness of the method by some numerical calculation examples. In the examples appropriate repairs are selected depending on economic states.

Keywords: maintenance, Markov decision processes, statistical decision theory, Bayes criterion, economic state

Yasunari MAEDA

165 Koen-cho, Kitami-shi, Hokkaido, 090-8507, Japan

Phone: +81-157-26-9328, Fax: +81-157-26-9344, E-mail: maeda@cs.kitami-it.ac.jp

1. はじめに

従来研究[1]ではマルコフ決定過程 (MDP) [2]を用いて設備状態が未知の保全をモデル化し、保全コストの最小化を検討している。従来研究[3]では製造工場の保全でコストのみ考慮する場合と、製品の製造による収益も考慮する場合とでは、最適な保全計画が異なることを示唆し、収益とコストの差分の最大化を検討している。従来研究[3]では製品1個あたりの収益が常に一定と仮定しているが、実際には景気などの経済状態によって収益が変動することもある。

そこで、本研究では経済状態の遷移を考慮した有限期間の総利得 (製造による収益とコストの差分) の最大化を目的とする。マルコフ連鎖に従って遷移する経済状態と、経済状態に依存する製品1個あたりの収益を仮定し、従来研究[3]を拡張する。統計的決定理論[4]に基づいて定式化し、総利得をベイズ基準のもとで最大化するという意味で最適な保全計画を求める方法を提案する。提案方法では、修理と不良品数の履歴情報を利用して設備の未知状態について学習する。

2. 準備

ここでは、本研究で用いる各種記号などの定義を行う。前述の経済状態、経済状態に依存する製品1個あたりの収益および後述の修理の所用期間、経済状態の遷移確率が従来研究[3]に対する拡張部分に相当する。その他については、従来研究[3]と同様である。

$s_i, s_i \in S$ は設備状態を示し、MDPの状態に相当する。

$S, S = \{s_1, s_2, \dots, s_{|S|}\}$ は設備の状態集合である。 $a_i,$

$a_i \in A$ は修理を示し、MDPの行動に相当する。 $A,$

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_{|A|}\}$ は修理集合である。 $m(a_i)$ は修理 a_i の

コスト、 $h(a_i)$ は修理 a_i の所要期間を示す。従来研究[1][3]では全ての修理の所用期間を0と仮定しているが、本研究では1期間以上の修理も表現できるようにモデルを拡張する。 $f_i, f_i \in F$ は景気動向である経済状態を示す。

$F, F = \{f_1, f_2, \dots, f_{|F|}\}$ は経済状態の集合である。

$p(f_j | f_i, \phi^*)$ は経済状態が f_i から f_j に遷移する確率で、

マルコフ連鎖の遷移確率である。 $\phi^*, \phi^* \in \Phi$ は真のパラメータで既知である。 o は設備の1期間の稼働コスト、 N は1期間の稼働で製造される製品数、 $b(f_i)$ は経済状態

f_i での製品1個の収益、 b' は不良品1個のコストを示す。

$p(s_k | s_i, a_j, \theta^*)$ は状態 s_i の設備に修理 a_j を実施して状態 s_k に遷移する保全状態遷移確率を示す。この遷移の所要期間は $h(a_j)$ 期間 (ただし、 $h(a_j)$ は整数) である。

$h(a_j) = 0$ の場合のみ修理後に設備を稼働し、 $h(a_j) \neq 0$ の

場合は修理のみである。 $p(s_j | s_i, \psi^*)$ は状態 s_i の設備が1

期間稼働後に状態 s_j に遷移する稼働状態遷移確率を示

す。 $\theta^*, \theta^* \in \Theta$ と $\psi^*, \psi^* \in \Psi$ は真のパラメータで既

知である。保全状態遷移確率と稼働状態遷移確率がMDPの状態遷移確率に相当する。設備状態は常に未知 (観測

不可能) とする。 $p(e | s_i, \xi^*)$ は状態 s_i の設備が不良品を

製造する確率 (不良率) を示す。 $\xi^*, \xi^* \in \Xi$ は真のパ

ラメータで既知である。

$x_t, x_t \in S$ は t 期の修理前の設備の状態、 $y_t, y_t \in A$ は t 期に実施 (選択) する修理 (行動)、 $x'_t, x'_t \in S$ は $h(y_t) = 0$ の場合の t 期の修理後の状態、 x_1 は初期状態を示す。設備状態は未知で、初期状態の事前分布 $p(s_i)$ のみ既知である。 t 期において $h(y_t) = 0$ の場合には、設備状態は修理によって x_t から x'_t に遷移した後に、稼働によって $t+1$ 期の状態 x_{t+1} に遷移する。 $h(y_t) \neq 0$ の場合には修理によって $t+h(y_t)$ 期の状態 $x_{t+h(y_t)}$ に遷移する。

$z_t, z_t \in F$ は t 期の経済状態を示し、既知 (観測可能) である。 w_t は $h(y_t) = 0$ の場合の t 期の設備稼働によって製造された N 個の製品中の不良品数で既知である。

r_t はMDPの t 期の利得を示す。 $h(y_t) = 0$ の場合は $r_t = -m(y_t) - o + (N - w_t)b(z_t) - w_t b'$ 、 $h(y_t) \neq 0$ の場合は $r_t = -m(y_t)$ である。 t 期の直前の修理の所要期間中に t 期が含まれる場合、 t 期に修理は選択されず $r_t = 0$ である。本研究では T (有限) 期間の総利得 $\sum_{t=1}^T r_t$ を統計的決定理論に基づいてベイズ基準のもとで最大化する。

3. 収益と経済状態を考慮したベイズ最適な保全計画

3.1 提案方法

本研究の定式化は、拡張部分以外は従来研究[3]と同様である。効用関数 U を次式で定義する。

$$U(d(\cdot, \cdot, \cdot), x^{T+1} y^T x'^T w^T z^{T+1}, \theta^*, \psi^*, \xi^*, \phi^*) \\ = \sum_{i=1}^T r_i, \quad (1)$$

ただし、 z^{T+1} は1期から $T+1$ 期までの長さ $T+1$ の経済状態の系列 $z_1 z_2 \dots z_{T+1}$ を示す。 x^{T+1} は各期の最初の設備状態の系列、 x'^T は所用期間0の修理後の設備状態の系列、 y^T は修理の系列、 w^T は不良品数の系列を示すが、所用期間が1以上の修理によって修理が選択されない期や、設備が稼働しない期があるため、長さは T (または $T+1$) 以下である。 $d(\cdot, \cdot, \cdot)$ は t 期に系列 $y^{t-1} w^{t-1} z^t$ 、 t 期の経済状態 z_t と期を示す整数 t を受け取って、 t 期に選択する行動 (修理) y_t を返す決定関数で保全計画に相当する。式(1)の効用関数は、ある決定関数 $d(\cdot, \cdot, \cdot)$ を用いて、系列 $x^{T+1} y^T x'^T w^T z^{T+1}$ に対応する事象が起きた場合の総利得である。

本研究では、従来研究[3]と同様に各系列の発生する確率と、設備状態の事前分布に従って計算される効用の期待値であるベイズ期待効用を最大化する。紙数の都合からベイズ期待効用の導出に関する記述は割愛するが、従来研究[3]と同様に、本研究のベイズ期待効用も入れ子構造になる。このベイズ期待効用の入れ子構造に動的計画法 (DP) を適用することによってベイズ最適な保全計画を算出できる。DP では T 期から1期まで遡りながら、各 t 期 ($1 \leq t \leq T$) のすべての系列と経済状態の組に対して次式の処理を行なう。

$$V(y^{t-1} w^{t-1} z^t, z_t, t) = \max_{y_t \in A(t)} V(y^{t-1} w^{t-1} z^t, z_t, y_t, t), \quad (2)$$

ただし、 $A(t)$ は $h(a_t) \leq T+1-t$ である修理の集合とする。 $h(y_t) = 0$ の場合の v は、

$$v(y^{t-1} w^{t-1} z^t, z_t, y_t, t) \\ = -m(y_t) - o + \sum_{x_t} \sum_{x'_t} \sum_{w_t} \frac{N!}{(N-w_t)! w_t!} \\ p(x_t | y^{t-1} w^{t-1} z^t) p(x'_t | x_t, y_t, \theta^*) p(e | x'_t, \xi^*)^{w_t} \\ \left(1 - p(e | x'_t, \xi^*)\right)^{N-w_t} ((N-w_t)b(z_t) - w_t b') \\ + \sum_{z_{t+1}} p(z_{t+1} | z_t, \phi^*) V(y^t w^t z^{t+1}, z_{t+1}, t+1), \quad (3)$$

$V(\cdot, \cdot, T+1) = 0$ である。

$h(y_t) \neq 0$ の場合の v は、次式のとおりである。

$$v(y^{t-1} w^{t-1} z^t, z_t, y_t, t) \\ = -m(y_t) + \sum_{z_{t+h(y_t)}} p(z_{t+h(y_t)} | z_t, \phi^*) \\ V(y^{t+h(y_t)-1} w^{t+h(y_t)-1} z^{t+h(y_t)}, z_{t+h(y_t)}, t+h(y_t)). \quad (4)$$

$t-1$ 期に設備が稼働した場合の事後確率

$p(x_t | y^{t-1} w^{t-1} z^t)$ は、次式のとおりである。

$$p(x_t | y^{t-1} w^{t-1} z^t) \\ = \sum_{x_{t-1}} p(x_{t-1} | y^{t-1} w^{t-1} z^t) p(x_t | x_{t-1}) \\ = \sum_{x_{t-1}} \frac{p(x_{t-1} | y^{t-2} w^{t-2} z^{t-1}) \sum G(x_{t-1})}{\sum_{s_i} p(s_i | y^{t-2} w^{t-2} z^{t-1}) \sum G(s_i)} p(x_t | x_{t-1}), \quad (5)$$

ただし、

$$G(s_i) = p(x'_{t-1} | s_i, y_{t-1}, \theta^*) p(e | x'_{t-1}, \xi^*)^{w_{t-1}} \\ \left(1 - p(e | x'_{t-1}, \xi^*)\right)^{N-w_{t-1}}, \quad (6)$$

$$p(x_t | x_{t-1}) = \sum_{x'_{t-1}} p(x'_{t-1} | x_{t-1}, y_{t-1}, \theta^*) p(x_t | x'_{t-1}, \psi^*). \quad (7)$$

$t-1$ 期に設備稼働がなく、直前の修理が t' 期

($t' + h(y_{t'}) = t$) の場合の事後確率 $p(x_t | y^{t-1} w^{t-1} z^t)$ は、次式のとおりである。

$$p(x_t | y^{t-1} w^{t-1} z^t) = \sum_{x_{t'}} p(x_{t'} | y^{t-1} w^{t-1} z^t) p(x_t | x_{t'}, y_{t'}, \theta^*). \quad (8)$$

上記の式(2)から式(8)によって、経済状態の変化を考慮したもとで、製造による収益とコストの差分をベイズ基準に基づいて最大化するという意味で最適な保全計画を算出できる。

3.2 数値計算例

本研究において経済状態を考慮したことによる特徴的な修理選択を数値計算例で紹介する。

特徴的な修理選択をわかりやすく提示するために小規模な計算例を用意した。また、各設定値は特徴的な修理選択を小規模な計算例中で発生させるための架空の設定値であり、製造業の実データに基づいたもので

はない. 各設定は, $|S|=|A|=|F|=2$, $m(a_1)=10$, $m(a_2)=20$, $N=4$, $T=5$, $o=300$, $h(a_1)=0$, $h(a_2)=1$, $b(f_1)=700$, $b(f_2)=200$, $b'=300$, $p(e|s_1, \xi^*)=0.01$, $p(e|s_2, \xi^*)=0.23$, $p(s_1|s_1, \psi^*)=0.8$, $p(s_2|s_2, \psi^*)=1.0$, $p(s_1|s_1, a_1, \theta^*)=1.0$, $p(s_1|s_1, a_2, \theta^*)=1.0$, $p(s_1|s_2, a_1, \theta^*)=0.4$, $p(s_1|s_2, a_2, \theta^*)=0.9$, $p(f_1|f_1, \phi^*)=0.6$, $p(f_2|f_2, \phi^*)=0.4$, 設備状態の事前確率は等確率, $z_1=f_1$ とした.

上記設定では, 経済状態 f_1 が景気の良い状態で, f_2 が景気の悪い状態である. 景気の良し悪しに伴い, 製品1個あたりの収益は $b(f_1) > b(f_2)$ である. 設備状態については, s_1 が良い状態で, s_2 が悪い (劣化) 状態である. 設備状態の良し悪しに伴い, 製品の不良率は $p(e|s_1, \xi^*) < p(e|s_2, \xi^*)$ である. 修理については, a_1 よりも a_2 の方が規模の大きな修理である. 修理の規模の大小に従って, コストは $m(a_1) < m(a_2)$, 所用期間は $h(a_1) < h(a_2)$ である. 修理の規模による効果の差は設備の悪い状態 s_2 を良い状態 s_1 に回復できる確率の差で表現され, $p(s_1|s_2, a_1, \theta^*) < p(s_1|s_2, a_2, \theta^*)$ である.

提案方法によって算出された1期および2期の保全計画を表1に示す. 表1中の不良数は前の期の不良品数, 事後は当該期始めにおける状態 s_1 の事後確率で1期については事前確率である. 修理は提案方法による最適な修理を示す.

表1. 1期および2期の保全計画

期	経済	不良数	事後	修理
1	f_1	-	0.5	a_1
2	f_1	0	0.616	a_1
2	f_1	1	0.380	a_1
2	f_1	2	0.322	a_1
2	f_1	3	0.320	a_1
2	f_1	4	0.320	a_1
2	f_2	0	0.616	a_1
2	f_2	1	0.380	a_1

2	f_2	2	0.322	a_2
2	f_2	3	0.320	a_2
2	f_2	4	0.320	a_2

1期の最適な修理は a_1 だった. 2期の経済状態が f_1 の場合には1期の不良品数に関係なく2期の最適な修理は a_1 で, 経済状態が f_2 の場合には1期の不良品数が2未満で a_1 , 2以上で a_2 だった. この2期の修理選択が特徴的な一例である. これは, 不良率の高い設備状態 s_2 の事後確率が高い場合であっても良好な経済状態 f_1 の場合には高い収益が期待されるため所用期間0の修理 a_1 を実施するのに対し, 悪い経済状態 f_2 の場合には修理 a_1 では高い収益が期待できないために所用期間1の修理 a_2 を選択している.

従来研究[3]に対して本研究では, マルコフ連鎖に従う経済状態, 経済状態に依存する利得, 所要期間が1期間以上の修理を導入した. 表1で経済状態が f_2 で所用期間1の修理 a_2 を選択したのは, 収益の少ない f_2 で稼働するよりも1期間休止して修理に専念して, 次の期に低い不良率の設備状態で経済状態 f_1 のもとで稼働することに期待するためである. このような修理選択は経済状態が固定で所要期間が0期間の修理しか対象としない従来研究[3]の方法では実施不可能である.

小規模な計算例だが, 経済状態の変化 (遷移) を考慮することによる適応的な修理選択例を確認できた.

4. まとめと今後の課題

本研究では, マルコフ連鎖に従って変化する経済状態と所用期間1以上の修理を従来研究に追加した設備保全問題において, ベイズ基準のもとで期待総利得を最大にする保全計画を DP を用いて算出する方法を提案した. 小規模な数値計算例であるが, 経済状態の変化を考慮する場合に提案方法を用いることによって, 適応的な修理選択が可能になることを確認した.

本研究では, 納品価格の変動などによって製品1個あたりの収益が変化すると仮定した. しかし, 現実では納品価格の変動以外に需要の変動も検討すべきである. 需要の変動を考慮するためには, 生産管理や在庫管理の視点も含めた定式化が必要である. これらの視点の考慮については今後の課題としたい. 近年, 道路や橋梁などの社会資本の維持管理コストの適正化がアセットマネジメントと呼ばれて重要視されている. 本研究はアセットマネジメントへの適用も可能だと思われるが, 具体的な検討は今後の課題である.

次に本研究内容の健康・医療分野への適用可能性について述べる。最初に医療関連製品の製造工場における設備保全については、本研究がほぼそのまま適用可能である。医療関連製品の納品価格が経済状態に依存することは想定しにくい、原材料コストが経済状態に依存する製品についてコスト最小化を検討できる。

また、医療機関における検査機器の保全計画にも本研究内容が適用可能だと考えられる。検査機器の設備状況を本研究同様に MDP の未知状態とする。本研究における不良品に相当するものとして、検査技師による検査機器に対するクレームなどが想定される。本研究の1 期間の製造品数は一定であったが、検査機器の保全問題の場合には1 期間の検査数が検査の需要状態に依存すると仮定する。検査の需要状態が本研究の経済状態に相当する。本研究では経済状態に依存する利得を仮定したが、検査機器の場合には検査数が検査状態に依存し、検査機器の状態が劣化すると検査技師のクレーム数が増加する。このモデルのもとで本研究同様に保全コストの最小化が検討可能である。しかし、医療機関における検査機器の性質を考慮すると単にコストを最小化する問題設定は不適切であり、検査技師によるクレーム数（またはクレームの発生率）をある値以下に抑制する制約のもとでのコスト最小化が適した問題設定だと考えられる。この問題設定に対応するためには本研究内容を制約付き問題に拡張する追加検討が必要である。

本研究の主目的は経済状態を考慮した設備保全における期待総利得のベイズ基準のもとでの最大化である。しかし、数理モデルの視点からみると本研究の主要な内容は状態が未知の MDP に対してマルコフ連鎖に従う外部要因（本研究における経済状態）を導入した点である。設備保全に限らずにこのモデルの健康・医療分野への適用可能性について述べる。受診者の各種検査結果／アンケート回答などの受信者情報を受け取って、なんらかの治療方針／アドバイスを提示する診断／医療アドバイス支援システムを考える。受診者の健康状況が MDP の状態に相当し、真の健康状態は未知で、未知状態について学習するための情報として受診者情報を利用する。本研究では設備状態に依存する不良率に従って不良品が生起したが、ここでは健康状態に依存する確率分布に従って検査結果などが生起する。提示する治療方針やアドバイスの選択が、行動選択に相当する。良好な健康状態に滞在する場合に正の利得が得られるように利得を設定することにより、例えば

良好な健康状態の滞在期間の期待値を最大化できる。この最大化問題は外部要因を考慮しない従来研究[1][3]で対応可能である。日本のように衛生管理やエアコンなどによる室温管理が徹底された環境では天候による健康状態への影響は少ないと思われるが、衛生管理や室温管理が不徹底な環境では天候による健康状態への影響も無視できないと思われる。そこで、マルコフ連鎖に従う天候状態を追加し、健康状態の遷移確率が天候状態に依存するようにモデルを拡張する。天候状態を考慮したもとの良好な健康状態の滞在期間の最大化問題は基本的に本研究と同様の最適化問題になる。医療アドバイスの一例として、従来研究[5]などを応用することによって、受診者の健康状況に適した料理レシピの提案が考えられる。

これらの健康・医療分野への適用に関する詳細検討は今後の課題としたい。

参考文献

- [1] M. Ohnishi, H. Kawai, and H. Mine : An Optimal Inspection and Replacement policy under incomplete state information, *European Journal of Operational Research*, Vol.27, pp.117-128, 1986.
- [2] 金子哲夫：マルコフ決定理論入門，槇書店，東京，1973.
- [3] 前田康成，後藤文太郎，升井洋志，榊井文人，鈴木正清：収益を考慮した保全への状態が未知のマルコフ決定過程の適用，*電子情報通信学会論文誌D*, Vol.J95-D, No.9, pp.1802-1805, Sept. 2012.
- [4] J.O. Berger : *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*, Springer-Verlag, New York, 1980.
- [5] 前田康成，榊井文人，吉田秀樹，鈴木正清：メタボ対策料理レシピ発想支援方法に関する一考察，*バイオメディカル・ファジィ・システム学会誌*, Vol.13, No.1, pp.81-86, Jun. 2011.



前田康成（まえだやすなり）

北見工業大学准教授。

知識情報処理，自然言語処理の研究に従事。電子情報通信学会，情報処理学会等各会員。