河川結氷時の塩水遡上に関する基礎的研究

A FUNDAMENTAL STUDY OF SALINITY INTRUSION IN ICE COVERED RIVER

吉川 泰弘¹・赤堀 良介²・安田 浩保³・平井 康幸⁴ Yasuhiro YOSHIKAWA, Ryosuke AKAHORI, Hiroyasu YASUDA, Yasuyuki HIRAI

1 正会員 博(工) 研究員 寒地土木研究所 寒地河川チーム (〒 062-8602 札幌市豊平区平岸 1 条 3 丁目)
 3 正会員 Ph.D. 研究員 寒地土木研究所 寒地河川チーム (〒 062-8602 札幌市豊平区平岸 1 条 3 丁目)
 2 正会員 博(工) 准教授 新潟大学 災害復興科学研究所 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050)
 4 正会員 上席研究員 寒地土木研究所 寒地河川チーム (〒 062-8602 札幌市豊平区平岸 1 条 3 丁目)

This study aimed to clarify the fundamental phenomenon of salinity intrusion in ice covered river. We carried out salinity intrusion experiment to which model ice-sheet floats on the water surface and one-dimensional two-layered unsteady flow calculation. In this experiment, the vertical flow velocity was measured using particle image velosimetry technique. In the experiment in which ice-sheet exists, the model ice-sheet indirectly attenuated the salinity intrusion because Reynolds number does not become large. Shear stress was computed by having assigned the experiment data to one-dimensional two-layered unsteady flow equation. In both ice and no-ice condition, Interface shear stress has large influence on salinity intrusion. It was shown that the calculation model built by this study can reproduce salinity intrusion experiment.

Key Words: Ice covered River, Salinity Intrusion, Experiment, PIV, Numerical Simulation

1. はじめに

河川河口域は,人口が集中する地域が多く,河川内では潮汐の影響により栄養塩類を含んだ塩水が河川を 遡上して淡水と混じり合うため,豊かな河川環境が形成されている.一方で,上水道の取水口に塩水が流入する取水障害 1) や,汽水湖に塩水が滞留するために起こる青潮などの問題 2) があり,主に河川開水時の塩水 遡上現象に関して研究が進められている.

積雪寒冷地に位置する河川では,気温の低下および流速の減少によって,河川水面に河氷が形成され,主に流水はこの河氷の下を流れる.このような期間は,北海道において12月下旬頃から4月上旬頃の年間の約3割の期間である.河川結氷時の流況は,河床粗度の影響に加えて河氷の粗度の影響を受けるため,開水時の流況とは異なる.河川結氷時の塩水遡上の流況については,既往研究³)により,1横断面における現地観測結果から,塩水遡上時の淡水流速は,河氷の摩擦抵抗の影響を受けることが示唆されている.Morseら⁴)は,縦断的な観測結果から,河川結氷時は塩水遡上速度が遅くなることを示し,河氷粗度の影響を Manning の粗度係数で考慮し,塩水遡上現象は無視した1次元数値計算を行い,河川結氷時は開水時に比べて水位が上昇するという計算結果を得ている.

河川結氷時の塩水遡上の主な影響因子は,流速,水温,塩分濃度,密度,河床粗度,河氷粗度,潮位であり,これらは相互に影響を及ぼすことが考えられる.風

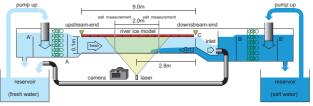


図-1 実験水路の概略図

の影響については,水面は河氷で覆われているため無視できると考えられる.河川結氷時の塩水遡上に関する基礎的な知見を得るためには,これらの影響因子を測定可能な水理実験が有益である.

本研究は,水面に氷板模型を設置した塩水遡上実験を実施し,実験値を解析するとともに,河氷粗度および塩水遡上を考慮した1次元2層不定流計算を構築して,河川結氷時の塩水遡上の現象の解明を試みた.

2. 塩水遡上実験

実験水路 $^{5)}$ の概略を図 $^{-1}$ に示す.実験水路の水路床 および水路側面は透明なアクリル板で構成され,水路長 $L=9.0\mathrm{m}$,水路幅 $B=0.2\mathrm{m}$,水路床勾配 $i_b=0$ であり,水路左側を上流とした.淡水は上流左側貯水槽からポンプにより水路へと供給され,堰 A を越流して水路内を流れる.下流端に到達すると取水部 C を越流し循環パイプを経由して再び貯水槽へと流れる.塩水は下流右側貯水槽からポンプにより供給され,堰 B を越流して取水部 C の下を経由して水路内を流れる.淡水と塩水の流量管理として,ポンプにより供給される流量を各実験

表-1 実験条件

実験条件	氷板模型	$q_1[\text{m}^2/\text{s}]$	$q_2[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$	$T_1[$	T ₂ []	S[psu]	$\rho_1[\text{kg/m}^3]$	$\rho_2[\mathrm{kg/m^3}]$	Fr ₁ '	Re ₁ '
case 1	なし	0.00200	0.00185	9.50	8.90	25.6	999.786	1019.783	0.018	682
case 2	なし	0.00300	0.00185	8.70	8.00	25.6	999.847	1019.903	0.026	996
case 3	なし	0.00400	0.00185	8.00	7.80	25.6	999.893	1019.928	0.035	1363
case 4	あり	0.00200	0.00185	9.50	9.50	25.6	999.786	1019.698	0.020	477
case 5	あり	0.00300	0.00185	8.20	8.20	25.6	999.880	1019.877	0.028	666
case 6	あり	0.00400	0.00185	8.30	8.90	25.6	999.874	1019.783	0.039	922

q: 単位幅流量,T: 温度,S: 塩水の塩分濃度,ho: 密度で温度,塩分濃度,圧力 (1bars) を用いて海水の状態方 程式 ⁶⁾ から算出.添え字は,1 は淡水 (上層),2 は塩水 (下層).Fr₁':塩水遡上前の淡水の内部 Froude 数,Re₁': 塩水遡上前の淡水の Reynolds 数.

前に5回の検定を行った.また,ポンプの電圧が一定と なるように交流電圧安定化装置 (omron 製, RE100FW) にポンプを接続した.

(1) 実験条件

実験条件を表-1に示す.実験は水理条件を3つ設定 して,同条件で氷板模型ありなしを設定し計6ケース の実験を行った.表-1 の内部 Froude 数 Fr_1 は式 (1), Reynolds 数 Re_1 は式 (2) より算出した.

$$Fr_1 = \frac{u_1}{\sqrt{\epsilon g h_1}}$$

$$Re_1 = \frac{Ru_1}{\gamma}$$
(2)

$$Re_1 = \frac{Ru_1}{v} \tag{2}$$

u[m/s]: 平均流速 $\epsilon[無次元]$: 下層に対する密度差 $\epsilon(\epsilon)$ $(\rho_1)/\rho_2$), $g[m/s^2]$: 重力加速度で 9.8, h[m]: 水深, R[m]: 上層における径深(潤辺は水路底面,側面,氷板面,界 面を流況に応じて考慮), v[m²/s]: 動粘性係数で実験時 の淡水温度から 1.3273 × 10⁻⁶ とした.

氷板模型の素材は,実河川の氷板と同等の比重をもつ ポリプロピレン (19.8cm × 19.8cm × 0.5cm) を用いた. 実河川の氷板底面は粗度があるため, 本研究では実験 的に,直径 0.6cm の球状の発砲スチロールをポリプロ ピレンの下面の全面に両面テープで貼り付けた.発砲 スチロールを貼り付けたことにより比重は軽くなるた め,比重調整としてポリプロピレンの上面にナットを接 着した.製作した複数個の氷板模型の比重を測定した ところ,平均的な比重は0.83であった.氷板ありの実 験は,これらの氷板模型を水路下流端より 0.05m から 上流端の 9.0m の範囲の水面に浮かべて実験を行った.

鉛直流速分布を測定するために,淡水と塩水に粒子 (ダイヤイオン HP20, 比重 1.01, 粒径 0.25mm 程度)を 投入し,水路下流端から 2.8m 上流の地点において,可 視化光源(日本レーザー社製, PGL-8W)を水路床に向け て 2.0W で水路右側面から 0.05m の位置に照射し,高速 カメラ (Photron 製 FastcamSA3) で 60fps/s , F5.6 , 1024 × 768pixel の設定で撮影した.流れに対する粒子の追 従性については、Stokes数が1より小さく追従性がある ことを確認している.塩水遡上距離を測定するために, 水路下流端から 1.8m と 3.8m の 2 地点において,塩分

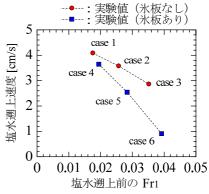


図-2 塩水遡上前の Fr_1 と塩水遡上速度 (実験値)

濃度計 (KENEK 製, NK-403MSA, MKT-15-04L) を水 路床から 0.01m の位置に設置して測定した.水路下流 端において、数値計算の境界条件となる淡水と塩水の 水深を測定するためにビデオカメラを設置した.

(2) 塩水遡上速度

塩水遡上前の Fr_1 と塩水遡上速度を図-2 に示す $.Fr_1$ は,下流端から 2.85m の鉛直流速分布を用いて算出し た. 塩水遡上速度は,塩分濃度 2psu で塩水遡上と判 断し2mの間隔で設置した塩分濃度計の値から算出し た.図-2より,水理条件が同じ case1と case4, case2 と case5, case3 と case6 でみると, 氷板ありの方が塩 水遡上速度が遅く, Fr_1 大きいほど氷板ありなしの塩水 遡上流速の流速差は大きい.氷板ありの Fr_1 は同じ水 理条件の氷板なしの Fr_1 に比べて大きい.この理由は, 氷板模型の喫水深だけ水深は浅くなり,流量は保存さ れるため平均流速は速くなるためである.

水路下流端の流況を図-3に示し,ビデオカメラから 10 秒毎に目測した水深を図-4 に示す. 図-3 より,淡 水と塩水の界面は明瞭に判読が可能であることが分か る. 図-4より, 水理条件が同じ case1 と case4, case2 と case5, case3と case6でみると, 氷板ありの塩水水 深は氷板なしの塩水水深に比べて値が大きい. ビデオ カメラの映像から,氷板ありの実験では塩水が下流へ と押し戻されていることが確認された. 氷板ありの下 流端塩水水深が大きい理由として,氷板ありの塩水遡 上速度は氷板なしに比べて遅く, 氷板ありの実験では 下流端で供給される塩水が上流へと遡上できないため、

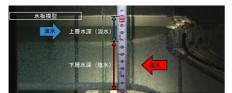


図-3 水路下流端の流況

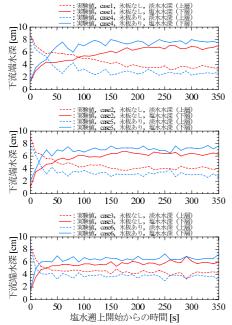


図-4 水路下流端の上層水深と下層水深

下流端で塩水が滞留および流下し塩水水深を上昇させ たと推察される.

(3) 鉛直流速分布

高速カメラの画像と市販のソフトウェア (Ditect 製 Dipp-Flow) を用いて PIV 解析を行った、画像解析結果の一例を図-5 に示す、解析格子サイズは 15 × 15pixel とし, x 軸は 1pixel=0.181mm, z 軸は 1pixel=0.175mmで補正した。

得られた鉛直流速分布の一例として,氷板なし case3 と氷板あり case6 を図-6 に示す.図-6 は,高速カメラ位置 (図の x 軸 10cm) とその上下流 5cm の計 3 地点の 0.5 秒平均の鉛直流速分布であり,上図は塩水遡上前の淡水の鉛直流速分布,これより下の図は塩水のフロントが水路縦断距離 10cm に到達した瞬間の鉛直流速分布である.塩水遡上前の淡水の鉛直流速分布において,氷板ありは氷板なしに比べて,氷板の粗度の影響により氷板近傍の流速が遅く鉛直中央の流速が速い.塩水遡上時の鉛直流速分布の水路床近傍の塩水流速において,氷板ありの場合は氷板なしに比べて塩水流速は遅い.本研究の実験手法で得られた実験値は,既往研究で得られた河川結氷時 7) および塩水遡上時 8) の鉛直流速分布から妥当であると判断し検討を進めた.

(4) せん断応力

塩水遡上時の経時的な流況を明らかにするために,下流端から 2.8m 上流の地点において,淡水と塩水の流速,水路床のせん断応力 τ_b ,淡水と塩水の界面のせん断応

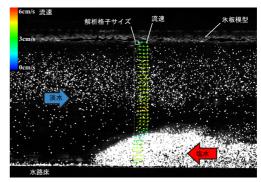
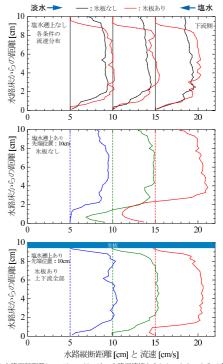


図-5 画像解析結果の一例 (case 4)



・ x軸の水路縦断距離0cm, 10cm, 20cmは, 水路下流端から2.9m, 2.8m, 2.7mの位置
 ・ x軸の流速は,その地点の水路縦断距離を0cm/sとした場合の値
 (例えば,水路縦断距離10cmの地点で,x軸の流速15cm/sの場合,実際の流速は5cm/s)

図-6 実験から得られた鉛直流速分布 (case3,case6)

力 τ_i , 氷板模型のせん断応力 τ_s の経時変化を実験値から算出した.既往研究 9 において塩水遡上現象を 2 層流モデルとして扱うことにより塩水遡上距離を再現できることが示されていることから,塩水遡上距離を問題としている本研究では現象を 2 層流モデルとして扱った.図 $^-$ 7 は,本研究における河川結氷時の塩水遡上の流速分布の概念図を示している.淡水と塩水の界面は密度分布の変曲点で定義される密度界面として扱った.密度界面における塩水水深 h_2 について,流れを定常的な二次元流と考え運動方程式の非線形項を省略した式を用いた解析 10 が行われており,この解析結果から塩水水深は水路床から流速分布のゼロの地点までの距離の $^1.5$ 倍となることを示している.本研究ではこれを塩水水深 1 2 として検討を進めた.

1次元2層不定流の基礎方程式は式(3)~(6)とした.

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{\partial (h_1 u_1)}{\partial x} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{\partial (h_2 u_2)}{\partial x} = 0 \tag{4}$$

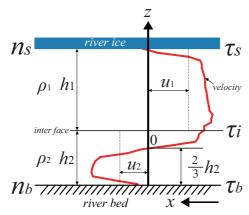


図-7 河川結氷時の塩水遡上の流速分布の概念図

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + g \left(\frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} - i_0 \right) + \frac{\tau_1}{\rho_1 h_1} = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + g \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} - i_0 \right) + \frac{\tau_2}{\rho_2 h_2} = 0 \quad (6)$$

 i_0 [無次元]:水路勾配, τ [N/m²]:せん断応力,x[m]:下流端からの縦断距離,t[s]:時間.せん断応力 τ_1 , τ_2 は流況の違いにより下記に示した値とした.

- a) 遡上なし氷板なし: $\tau_1 = \tau_{b1}$, $\tau_2 = 0$
- b) 遡上なし氷板あり: $\tau_1 = \tau_{b1} + \tau_s$, $\tau_2 = 0$
- c) 遡上あり氷板なし: $\tau_1 = \tau_i$, $\tau_2 = \tau_{b2} \tau_i$
- d) 遡上あり氷板あり: $au_1 = au_i + au_s$, $au_2 = au_{b2} au_i$

$$\tau_{b1} = \rho_1 g \frac{u_1 |u_1| n_b^2}{R_{1b}^{1/3}} \tag{7}$$

$$\tau_{b2} = \rho_2 g \frac{u_2 |u_2| n_b^2}{R_2^{1/3}} \tag{8}$$

$$\tau_s = \rho_s g \frac{u_1 |u_1| n_s^2}{R_{1s}^{1/3}} \tag{9}$$

 $R_{1b}[{
m m}]$: 淡水の径深で氷板ありの場合の水深は水路床から最大流速地点までの距離. 氷板なしの場合は水路床から水面までの距離. $R_2[{
m m}]$: 塩水の径深で水深は水路床から最大流速地点までの距離. $R_{1s}[{
m m}]$: 淡水の径深で水深は氷板底面から最大流速地点までの距離. $\rho_s[{
m kg/m}^3]$: 氷板模型の密度で実験値 830 を与えた.

 n_b と n_s の算出について述べる.表-1 より本実験条件は層流であるため,層流における Reylolds 数と摩擦損失係数の関係式 11 および摩擦損失係数と Manning の粗度係数の関係式 11 を用いて,式 (10) から横断面の合成粗度係数 n_o を算出した.水路床および氷板模型において Manning 式を立てて,これらのエネルギー勾配 i_e は横断面のそれと等しいと仮定した式 (11) および式 (12) を用いて n_b と n_s を算出した.算出結果を表-2 に示す.

$$n_o = \sqrt{\frac{64}{Re'_1}} \frac{R^{1/3}}{8g} \tag{10}$$

$$n_b = n_o \frac{u_o}{u_b} (\frac{R_{1b}}{R})^{2/3} \tag{11}$$

表-2 氷板模型と水路床の Manning の粗度係数

		_	
Manning の粗度係数	case 4	case 5	case 6
水路床:n _b	0.021	0.020	0.016
氷板模型:n _s	0.026	0.020	0.018

$$n_s = n_o \frac{u_o}{u_s} (\frac{R_{1s}}{R})^{2/3} \tag{12}$$

τ_i は式 (5) と式 (6) の左辺第二項の移流項に式 (3) と 式 (4) を代入し,式 (5) から式 (6) を引くことにより算 出した. τ_b は式(7),(8)から, τ_s は式(9)から算出し た. 本論文では,淡水流速が遅い実験 (case1 と case4), 淡水流速が速い実験 (case3 と case6) の実験結果を示す. 図-8 は case1 と case4,図-9 は case3 と case6 における 実験値の解析から得られた各流速と各せん断応力の経 時変化を示している.上流方向,塩水遡上方向はプラス である.図-8,9の塩水流速をみると,氷板ありの方が 氷板なしに比べて遅い. 図-8,9の τ_b をみると,淡水 に影響を与えていたマイナスのせん断応力は,塩水遡 上後にプラスのせん断応力に転じて塩水に影響を与え ていることが分かる. 図-8の τ_s をみると, 塩水遡上後 は値が大きくなる一方,図-9の τ 。をみると,塩水遡上 前後でその値は変化しない.この理由は,図-8のcase4 の淡水流速は塩水遡上後に速くなるのに対して図-9の case6 の淡水流速は遡上後も変化がないため,式(9)よ リτ。の値が変わらないことによる. 図-9の case6 の淡 水流速が遡上前後で変わらない理由として, case4 の塩 水水深は約3cm であるのに対して case6 は約1cm であ リ case6 の淡水水深は case4 に比べて塩水遡上後も変わ らないことによる、図-8,9の τ ;をみると、どの実験 条件でも塩水へ影響を与えるプラスのせん断応力と淡 水へ影響を与えるマイナスのせん断応力が,振幅をもっ て淡水と塩水の両者に影響を与えている、なお、プラ スのせん断応力は塩水遡上の抵抗となる. τ; は平均値 でみると τ_h に対して 150~400 倍の大きさである.本 研究の実験条件において、氷板が存在しない場合のみ ならず氷板が存在する場合においても、界面のせん断 応力 τ_i は塩水遡上現象に対して支配的な影響因子であ ることが推察された.

3. 1次元2層不定流計算

河川水面に存在する氷板の影響をせん断応力 τ_s で評価した1次元2層不定流計算を構築し,本実験の再現を試みた.基礎方程式は式(3)~(6)を用いた.

(1) 界面抵抗係数

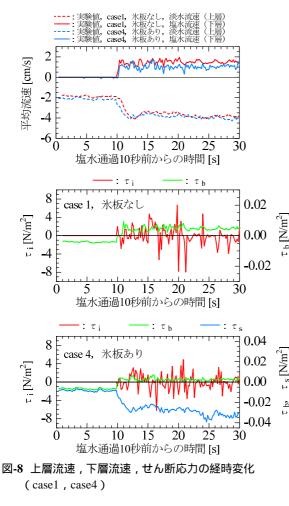
塩水遡上現象に対して支配的な影響因子と推察された界面のせん断応力 τ_i は式 (13) で表される.

$$\tau_i = \rho_1 \frac{f_i}{2} (u_1 - u_2) |u_1 - u_2| \tag{13}$$

 f_i [無次元]:界面抵抗係数で,岩崎ら $^{12)}$ は式 (14) で表されることを提案している.

$$f_i = a \, \psi^{-n} \tag{14}$$

$$\psi = Re_1 F r_1^2 \tag{15}$$



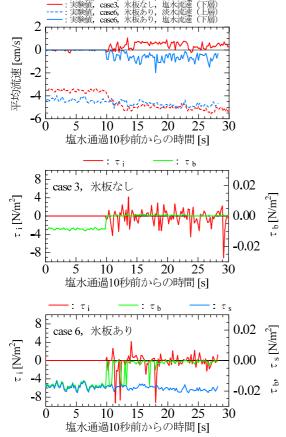
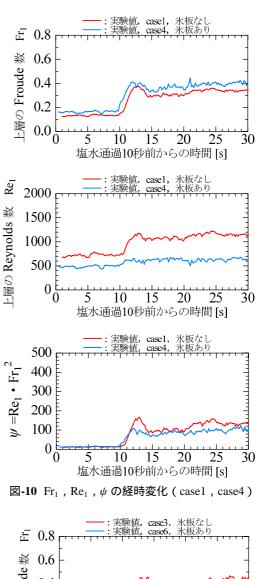


図-9 上層流速,下層流速,せん断応力の経時変化 (case3, case6)



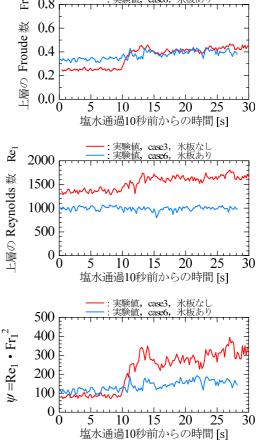


図-11 Fr₁, Re₁, ψ の経時変化 (case3, case6)

図-10 は case1 と case4,図-11 は case3 と case6の Fr_1 , Re_1 , ψ の実験値の解析から得られた経時変化を示している.図-10 の case4 の Fr_1 は塩水遡上後に値が大きくなるのに対して図-11 の case6 の Fr_1 は遡上後も変化が小さい.この理由は図-9 の case6 の淡水流速が遡上後も変化しないことによる.図-10,11 の Re_1 をみると,塩水遡上後に氷板なしの実験 (case1 と case3) は値が上昇するのに対し,氷板ありの実験 (case4 と case6) は遡上後の値の上昇は小さい.この理由は,氷板ありの場合は潤辺が氷板面だけ長くなり,この影響は径深 $R(流積 \div 潤辺)$ の分母に表れる.塩水遡上後に淡水流速が速くなっても Re_1 は淡水流速と R との乗算であるため,氷板ありの Re_1 は氷板なしに比べて大きくならないことよる.

図-10, 11 の ψ をみると,氷板なしの実験 (case1 と case3) は塩水遡上後に値が上昇するのに対し氷板ありの実験 (case4 と case6) は遡上後の値の上昇は小さい. Re_1 の違いにより氷板ありの ψ は氷板なしに比べて値が小さいため,氷板ありの実験では式 (14) より f_i が大きくなり塩水遡上速度が遅くなると推察できる.

(2) 実験値と計算値の比較

計算の初期条件は,縦断距離 $L=0.9\mathrm{m}$, $B=0.2\mathrm{m}$, $\Delta x=0.01\mathrm{m}$, Δt は Courant 数 0.3,水路粗度 n_b ,氷板粗度 n_s ,淡水密度 ρ_1 ,塩水密度 ρ_2 は一定値を与えた.境界条件は上流端で淡水単位幅流量 q_1 ,塩水水深 h_2 を与えた.具体的数値は表-1,表-2 および図-4 に全て示している.界面抵抗係数 f_i は式 (14) を用いて,金子の研究成果および須賀・高橋の研究成果で共通して得られているn の値 0.50^{13} を固定し,a の値を試行錯誤した.図-12 は目測で得た塩水遡上先端位置とその時間を実験値として計算値との比較を示している.図-12 より,計算値は実験値である塩水遡上速度の経時変化を再現している.一方で,a=0.10,n=0.50 と固定した場合の計算結果では,いずれも氷板ありの塩水遡上速度は氷板なしに比べて遅くなる計算結果であった.

4. まとめ

水面に氷板模型が存在する塩水遡上実験結果から鉛直流速分を明らかにし、氷板ありの場合は塩水遡上速度が遅くなることを確認した.1次元2層不定流の基礎方程式に経時的な実験値を代入することで、せん断応力の経時変化を明らかにした.界面のせん断応力は支配的な影響因子であり、これを適切に設定すれば氷板模型を有する場合においても1次元2層不定流計算で塩水遡上速度を計算できることを示した.

参考文献

1) 松宮弘信,米山望,田中尚,鮫島竜一,佐藤広章:河川 遡上津波発生時の淀川大堰上流部における塩水挙動解析, 自然災害科学,28(2),pp.125-135.2009.

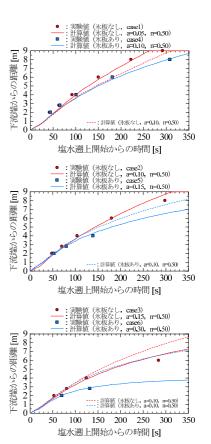


図-12 塩水遡上位置の実験値と計算値 ($f_i = \frac{a}{u^n}$)

- 2) 湖沼技術研究会:湖沼における水理・水質管理の技術,国土交通省,水管理・国土保全局,2007.
- 吉川泰弘,渡邊康玄:結氷時の塩水遡上に関する現地観測,土木学会,河川技術論文集,第12巻,pp.157-162, 2006.
- 4) Brian Morse, Benoite Ringo, Danielle Messier, Tung Thanh-Quach, Ed Stander: Hydrodynamics of Mesotidal Estuary in Winter, J.COLD REG. ENGRG, Vol.20, No.3, pp.95–115, 2006.
- 5) 赤堀良介,吉川泰弘,安田浩保:スルースゲートを用いた 弾力的な塩水遡上の制御手法に関する基礎的研究,土木 学会,水工学論文集,第55巻,pp.S1585-S1590,2011.
- UNESCO: Background papers and supporting data on the International Equation of State of Seawater 1980, UN-ESCO Technical papers in marine science, No.38, pp.7–8, 1981.
- 7) 山下彰司,井出康郎,堺茂樹:寒冷地河川の氷板下の流速 分布の推定,土木学会,水工学論文集,第40巻,pp.65-70,1996.
- 8) 日野幹男:密度流の流速分布および界面抵抗について,土 木学会,水理講演会論文集,第23回,pp.347-353,1979.
- 9) 須賀尭三:感潮河川における塩水くさびの数値計算法, 土木研究所,土木技術資料,23(11),pp.593-598,1981.
- 10) 嶋祐之,椎貝博美,玉井信行:河床勾配のある場合の塩 水楔について,土木学会,年次学術講演会講演概要集, 第19回,2-71,pp.2,1964.
- 11) 日野幹男:明解水理学, 丸善株式会社, pp.90, 176, 1983.
- 12) 岩崎敏夫,岸田州生,富岡亮一:二成層流における密度 混合について,年次学術講演会講演集,第 17 回,2-3, pp.5-6,1978.
- 13) 水理委員会密度流研究小委員会:成層密度流の界面現象 (1), 土木学会論文報告集,第 242 号,pp.82-90,1975.

(2011.9.30 受付)